

# Prüfung

## Aktivitätsanalyse und Kostenbewertung (11018)

Prüfer: Jun. Prof. Dr. Schöndube

### Hinweise:

Die Prüfung umfasst 9 Aufgaben, die alle zu bearbeiten sind. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 min. Es sind insgesamt 120 Punkte zu erzielen. Hinter jeder Aufgabe ist angegeben, wie viele Punkte bei der entsprechenden Aufgabe zu erzielen sind.

Es werden ausschließlich die Eintragungen auf diesem Lösungsbogen gewertet, für Nebenrechnungen wird Extra-Papier ausgeteilt.

Zugelassene Hilfsmittel: Elektronische Hilfsmittel lt. Aushang des Prüfungsausschusses.

Die Heftung des Lösungsbogens darf nicht gelöst werden!

**Name:**

**Matrikelnummer:**

**Fakultät:**

Punkte:	Note:
---------	-------

### 1 ~~Verfahrenswahl~~ (12)

Harry Hurtig aus Haldensleben studiert seit dem WS 06 BWL in Magdeburg. Da sein karges Budget den Erwerb eines eigenen PKW nicht zulässt, benutzt er die Bahn. Eine Einzelfahrkarte (Hin- und Rückfahrt) kostet € 22. Beim Erwerb einer Bahncard ermäßigt sich der Preis für die Fahrkarte um 50 %, die Bahncard ist ein Jahr gültig und kostet € 110. Alternativ könnte Harry auch 12 Monatskarten zum Preis von € 220 je Monatskarte oder eine Jahreskarte zum Preis von € 1760 erwerben. Bezeichne  $x$  die Anzahl der Fahrten (eine Fahrt umfasst Hin- und Rückfahrt) pro Jahr.

Bestimmen Sie die Optimalitätsbereiche für die Alternativen in Abhängigkeit von  $x$  (d.h. für welche Werte von  $x$  sind welche Alternativen optimal?).

### 2 Expansionspfad (12)

Eine Unternehmung hat zur Produktion eines Gutes zwei Prozesse zur Verfügung, deren Produktionskoeffizienten gegeben sind durch  $\mathbf{a}_I = (6,4)'$  und  $\mathbf{a}_{II} = (2,8)'$ . 60 Einheiten von Faktor 2 sind fest vordisponiert. Bestimmen Sie den Expansionspfad des ersten Faktors!

$$r_1(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

### 3 Nicht-lineare Optimierung (20)

Ein Unternehmen stellt die Produkte 1 und 2 her. Die (inversen) Nachfragefunktionen lauten

$$p_1(x_1) = 110 - x_1 \quad \text{und} \quad p_2(x_2) = 220 - 2x_2$$

Die Stückkosten betragen € 10 für Produkt 1 und € 20 für Produkt 2. Außerdem fallen Fixkosten in Höhe von € 1.000 an. Beide Produkte werden an einer Maschine produziert, deren Kapazität 1200 Stunden beträgt. Die Bearbeitungszeiten betragen 10 Stunden pro Stück für Produkt 1 und 20 Stunden pro Stück für Produkt 2. Das Unternehmen möchte seinen Gewinn maximieren.

a) Formulieren Sie die Optimierungsaufgabe als nichtlineares Programm

b) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf

c) Wie lautet die optimale Lösung:

$$x_1^* = \underline{\hspace{2cm}} \quad x_2^* = \underline{\hspace{2cm}} \quad \lambda^* = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) Wie hoch ist der maximale Gewinn                     

**4 Lineare Optimierung (20)**

a) Betrachten Sie folgendes lineare Programm:

$$\max z = 2x_1 + 2x_2$$

*u.d.N.*

$$8x_1 + 2x_2 \leq 400$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 160$$

$$x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Das vorletzte Simplextableau lautet

Basis	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$r_i$
$x_3$	80	0	2	1	0	-8	
$x_4$	80	0	4	0	1	-2	
$x_1$	40	1	0	0	0	1	
$z$	80	0	-2	0	0	2	

Hierin bezeichnen  $x_3, x_4$  und  $x_5$  die Schlupfvariablen für die Nebenbedingungen 1, 2 und 3.

Bestimmen Sie das Endtableau:

Basis	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$z$						

Wie lauten die Opportunitätskostenwerte für die beschränkt verfügbaren Güter aus den Nebenbedingungen 1,2 und 3?

Nebenbedingung 1:                                           Nebenbedingung 2:                     

Nebenbedingung 3:                     

b) Wie lautet das duale Programm zu dem primalen Programm in a)?

### 5 Gutenberg-Modell (21)

Die Brauerei *Auerhahn* füllt Bier in 1/2-Liter-Flaschen ab. Die vollautomatische Abfüllanlage kann bis zu acht Stunden täglich eingesetzt werden. Für die Kosten des Energieverbrauches der Abfüllanlage wurde folgende Stückkostenfunktion in Abhängigkeit von der Intensität (Flaschen pro Stunde) ermittelt:

$$k(u) = \frac{100}{u} + \frac{u}{1.000.000} + 0,01 \quad \text{für} \quad 5.000 \leq u \leq 20.000$$

a) Ermitteln Sie die stückkostenminimale Intensität der Abfüllanlage.

$$u^* = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) Wie viele Flaschen kann *Auerhahn* bei stückkostenminimaler Intensität und zeitlicher Anpassung täglich maximal abfüllen?

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

c) Ermitteln Sie die Kostenfunktion bei optimal kombinierter zeitlich/intensitätsmäßiger Anpassung

$$K(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

d) Bisher wurde implizit unterstellt, dass die Abfüllanlage von einem festangestellten Arbeiter bedient wird, der ein Fixgehalt bezieht. Wie ändert sich die obige Stückkostenfunktion, wenn *Auerhahn* statt des fest angestellten Arbeiters eine Zeitarbeitskraft zu einem Stundensatz von € 125 beschäftigt?

$$k(u) = \underline{\hspace{4cm}}$$

e) Bestimmen Sie die stückkostenminimale Intensität unter der Annahme von d).

$$u^* = \underline{\hspace{2cm}}$$

### 6 Kostenfunktionen (5)

Die Produktionsfunktion eines Einproduktunternehmens ist gegeben durch  $x = r_1 \sqrt{r_2}$ . Die Faktorpreise sind  $p_1 = 1$  und  $p_2 = 5$ . Bestimmen Sie die kurzfristige Kostenfunktion, wenn vom zweiten Faktor 100 Einheiten vorgeben sind.

$$K(x|r_2=100) = \underline{\hspace{4cm}}$$

### 7 Approximation von Kostenfunktionen (10)

Approximieren Sie die Kostenfunktion  $K(x) = 2 + \sqrt{9+x}$

- a) optimal affin-linear an der Stelle  $x=7$

$K(x) =$  \_\_\_\_\_

- b) affin-linear durch Schmalenbachs Kostenauflösung durch die Punkte  $(7, K(7))$  und  $(16, K(16))$ .

$K(x) =$  \_\_\_\_\_

### 8 Lineare Aktivitätsanalyse (10)

Ein Einproduktunternehmen produziert mit zwei linear-limitationalen Prozessen, deren Produktionskoeffizienten gegeben sind durch  $\mathbf{a}_I = (2, 5)'$  und  $\mathbf{a}_{II} = (6, 1)'$ .

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Isoquante  $r_2(r_1)$  sowie den Definitionsbereich für ein Outputniveau von  $x=20$ .

$r_2(r_1) =$	Definitionsbereich :
--------------	----------------------

### 9 Kalkulatorische Abschreibungen (10)

Der Wiederbeschaffungswert einer Maschine beträgt € 50.000, die Nutzungsdauer ist 4 Jahre. Der Restwert der Maschine nach vier Jahren beträgt € 5000.

- a) Lineare Abschreibung:

$a_1 =$                    $a_2 =$                    $a_3 =$                    $a_4 =$

- b) Leistungsabschreibung, wenn in Periode 1 10.000 Einheiten, in Periode 2 20.000 Einheiten, in Periode 3 15.000 Einheiten und in Periode 4 5000 Einheiten auf der Maschine produziert werden sollen.

$a_1 =$                    $a_2 =$                    $a_3 =$                    $a_4 =$

- c) Für welches konstante Produktionsniveau  $x_t = \bar{x}$ ,  $t=1,2,3,4$ , führt die Leistungsabschreibung zu den gleichen Abschreibungsbeträgen, wie die lineare Abschreibung, wenn die Gesamtproduktion derjenigen aus b) entsprechen soll ?

$\bar{x} =$  \_\_\_\_\_