Prüfung

Aktivitätsanalyse und Kostenbewertung (11018)

Prüfer: Jun. Prof. Dr. Schöndube

Sommer 2008

Hinweise:

Die Prüfung umfasst 9 Aufgaben, die alle zu bearbeiten sind. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 min. Es sind insgesamt 120 Punkte zu erzielen. Hinter jeder Aufgabe ist angegeben, wie viele Punkte bei der entsprechenden Aufgabe zu erzielen sind.

Es werden ausschließlich die Eintragungen auf diesem Lösungsbogen gewertet, für Nebenrechnungen wird Extra-Papier ausgeteilt.

Zugelassene Hilfsmittel: Elektronische Hilfsmittel lt. Aushang des Prüfungsausschusses.

Die Heftung des Lösungsbogens darf nicht gelöst werden!

Name:

Matrikelnummer:

Fakultät:

Punkte:	Note:

Aufgabe 1: Relative Deckungsbeitragsrechnung (16 Punkte)

Der Reifenhersteller „Prelli" produziert drei verschiedene Sorten von Fahrradreifen. Für die Herstellung der Reifen wird eine neuartige Gummimischung verwendet, von der nur 20.000 kg pro Monat beschafft werden können. Der Beschaffungspreis für 1 kg Rohgummi beträgt 1 €. Über die Produktions- und Absatzbedingungen des Unternehmens sind folgende Informationen verfügbar:

Reifensorte	**Standard**	**Luxus**	**Sport**
Absatzpreis pro Stück	20 €	30 €	25 €
Absatzhöchstmenge pro Monat	1.200 Stück	1.100 Stück	2.000 Stück
Fertigungseinzelkosten pro Stück	5 €	12 €	2,5 €
Rohgummibedarf pro Stück	5 kg	3 kg	10 kg

a) Bestimmen Sie die relativen Deckungsbeiträge (je kg) der Produkte!

	Standard	Luxus	Sport
Relativer Deckungsbeitrag			

b) Welche Mengen sollte das Unternehmen von den einzelnen Reifensorten produzieren, wenn es seinen Gewinn maximieren möchte?

	Standard	Luxus	Sport
Produktionsmenge (Stück)			

c) Wie hoch ist der Opportunitätskostenwert für ein Kilogramm Rohgummi, wie hoch ist der Betriebswert?

Opportunitätskosten: ____________________

Betriebswert: ____________________

Aufgabe 2: Lineare Aktivitätsanalyse (18 Punkte)

Ein Betrieb setzt zwei Faktoren ein, um ein Produkt zu erzeugen. Drei effiziente, kombinierbare Prozesse stehen zur Verfügung, die durch folgende Inputmengen der Faktoren je Ausbringungseinheit gekennzeichnet sind:

$$\begin{array}{ccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} \\ \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 50 \\ 10 \end{pmatrix} \end{array}$$

a)Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Isoquante $r_2(r_1)$ für eine Ausbringungsmenge von x=5 und geben Sie auch die Definitionsbereiche an.

$$r_2(r_1) = \begin{cases} & \qquad \le r_1 \le \\ & \qquad \le r_1 \le \end{cases}$$

b) Geben Sie die Grenzrate der Substitution (GRS) des Faktors 2 durch Faktor 1 und den Definitionsbereich an.

$$GRS = \begin{cases} & \qquad \le r_1 \le \\ & \qquad \le r_1 \le \end{cases}$$

c) Bestimmen Sie die Minimalkostenkombination, wenn der Preis für den ersten Faktor € 2 und für den zweiten Faktor € 6 beträgt. Welcher Prozess bzw. welche Prozesse definieren die Minimalkostenkombination (MKK)? Geben Sie die Kostenfunktion K(x) an.

MKK definiert von Prozess(en): ____________________

K(x): ____________________________________

Aufgabe 3: Optimale Bestellmenge (12 Punkte)
Pro Periode ist die Nachfrage nach x Einheiten eines Gutes zu befriedigen. Der Kaufpreis je Einheit dieses Gutes beträgt € 3,50. Je Lieferung entstehen Kosten von € 20. Die Lagerung einer Einheit kostet € 0,40 je Periode.

a) Berechnen Sie die optimale Bestellmenge q*(x).

q*(x) = __________________

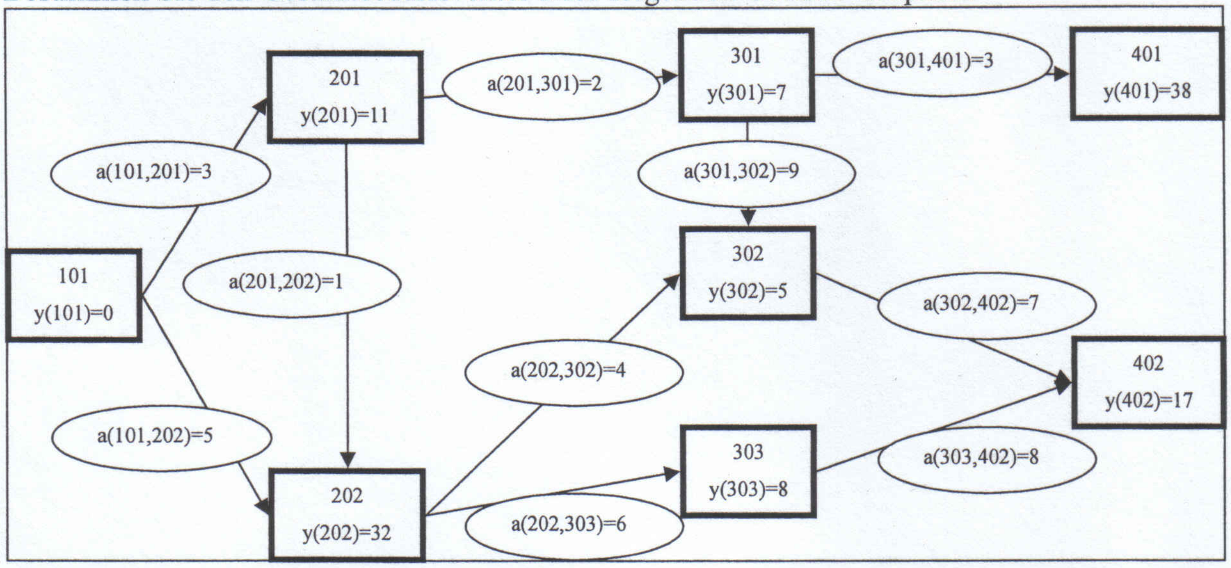
b) Bestimmen Sie die langfristige Kostenfunktion per Periode.

$K^L(x)$ = _________________________

c) Bestimmen Sie die Kostenfunktion bei kurzfristig schwankender Bedarfsmenge, wenn die Bestellmenge auf dem für die Bedarfsmenge von 10.000 Stück optimalen Niveau festgesetzt wird.

$K^K(x)$ = _________________________

Aufgabe 4: Materialbedarfsplanung (8 Punkte):
Bestimmen Sie den Gesamtbedarfsvektor **x** für folgenden Gozinto-Graphen:



X_{101} =______ X_{201} =______ X_{202} =______ X_{301} =______

X_{302} =______ X_{303} =______ X_{401} =______ X_{402} =______

Aufgabe 5: Gutenberg-Modell (13 Punkte):
Ein Kurierunternehmen besitzt einen Wolf III GT, mit dem eilige Lieferungen vorgenommen werden.
Die Verbrauchsfunktion für Kraftstoff in **(l/100 km)** lässt sich für Geschwindigkeiten u, zwischen 60 und 120 km/h, folgendermaßen approximieren:

$$a(u) = 1{,}35 + 0{,}185u \quad [l/100km]$$

Eine Stunde Fahrzeugeinsatz (inkl. Lohnkosten des Fahrers) kostet 44,77 Euro, der Spritpreis liegt bei 2 Euro pro Liter. Der Besitzer des Kurierunternehmens engagiert Sie, um die kostenminimale Geschwindigkeit zu bestimmen.

a) Stückkostenfunktion (Hinweis: Achten Sie auf die Einheiten!):

k(u) =

b) Optimalitätsbedingung:

c) Optimale Geschwindigkeit u*:

u*=______________

d) Der Fahrer kann täglich max. 8 h fahren. Wie lautet die Kostenfunktion bei zeitlicher Anpassung?

K(x)=	für ____ ≤ x ≤ ____

Aufgabe 6: Intensitätssplitting (8 Punkte):
Eine Maschine muss aus technischen Gründen durchgängig täglich acht Stunden mit einer Mindestintensität von $\underline{u} = 2$ betrieben werden. Intensitätssplitting ist optimal, die Splittingintensität beträgt $u^0 = 5$.
Bestimmen Sie

a) das Intervall der Ausbringungsmengen x, die mit Intensitätssplitting produziert werden:

______ ≤ x ≤ _______

b) die erforderliche Durchschnittsintensität $\tilde{u}$ für eine Ausbringungsmenge von x = 20:

$\tilde{u}$ = ________

c) den Anteil der Arbeitszeit λ, der mit u^0 zu fahren ist, um eine Ausbringungsmenge von x = 20 zu erzeugen:

λ=______________

Aufgabe 7: Lineare Optimierung (8 Punkte)
Überführen sie das folgende lineare Optimierungsproblem in die Normalform:

$\min z = 9x_1 - 3x_2 + 24x_3$

u.d.N.

$2x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 12$

$5x_1 - x_2 \geq -9$

$x_1, x_3 \geq 0$

x_2 unbeschränkt

Normalform:

Aufgabe 8: Lineare Optimierung (17 Punkte):
Betrachten Sie das folgende lineare Optimierungsprogramm:

Entscheidungsvariable:

$x_1, x_2 =$ gefertigte Stückzahl der Produkte 1 und 2

Zielfunktion:

Maximiere den Gewinn in €: max $z = 4x_1 + 12x_2$

u. d. N.:

Kapazitätsbeschränkung der Maschine 1 in Stunden: $3x_1 + 5x_2 \leq 450$

Kapazitätsbeschränkung der Maschine 2 in Stunden: $x_2 \leq 60$

Kapazitätsbeschränkung der Maschine 3 in Stunden: $5x_1 + 4x_2 \leq 600$

Nicht-Negativitätsbedingung: $x_1, x_2 \geq 0$

Das **optimale** Simplextableau ist wie folgt:

Basis	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1		1		1/3	-5/3	0
x_2	60	0		0	1	0
x_5		0		-5/3	4 1/3	1
z	920	0		4/3	5 1/3	0

x_3, x_4 und x_5 bezeichnen die Schlupfvariablen für die Kapazitätsbeschränkungen der Maschinen 1, 2 und 3.

a) Vervollständigen Sie die leeren Felder des Tableaus. Hinweis: Sie brauchen dazu **nicht** den Simplexalgorithmus durchzurechnen!

b) Wie hoch sind die Opportunitätskosten je Kapazitätseinheit der Maschine 3?

Opportunitätskosten je Kapazitätseinheit der Maschine 3:_______

c) Geben Sie die optimalen Werte für die Dualvariablen y_3, y_4 und y_5 an.

y_3=________________ y_4=________________ y_5=________________

Aufgabe 9: Nichtlineare Optimierung (20 Punkte)

Eine Unternehmung produziert drei Güter, deren Mengen mit x_1, x_2 und x_3 bezeichnet seien. Der Gewinn der Unternehmung pro Woche in Abhängigkeit von den produzierten Mengen ist gegeben durch

$$G(x_1, x_2, x_3) = 200x_1 - 10x_1^2 + 100x_2 - 5x_2^2 + 50x_3 - x_3^2$$

Alle Produkte werden auf der gleichen Spezialmaschine gefertigt. Die Maschine hat eine maximale wöchentliche Kapazität von 51 Stunden. Jedes Gut benötigt je Einheit zwei Stunden Bearbeitungszeit auf der Spezialmaschine. Die Unternehmung möchte ihren Gewinn maximieren.

a) Stellen sie die Lagrangefunktion auf:

b) Bestimmen Sie die optimale Lösung (x_1^*, x_2^*, x_3^* und den Schattenpreis für die Kapazität der Spezialmaschine). Sie können davon ausgehen, dass im Optimum von allen Gütern positive Mengen produziert werden. Geben Sie im nachfolgenden Kästchen zunächst kurz an, durch Auswertung welcher Bedingungen Sie die Lösung ermittelt haben **(die Rechenschritte zur konkreten Berechnung der Lösung brauchen Sie nicht aufzuschreiben)**.

x_1^* = ____________________ x_2^* = ____________________

x_3^* = ____________________ Schattenpreis = ____________________

c) Wie viele Stunden der Spezialmaschine werden im Optimum in Anspruch genommen, wie hoch ist der maximale Gewinn der Unternehmung?

In Anspruch genommene Stunden: ____________________

Maximaler Gewinn: ____________________