

# Prüfung

## Aktivitätsanalyse und Kostenbewertung (11018)

Prüfer: Jun. Prof. Dr. Schöndube

Winter 09/10

### Hinweise:

Die Prüfung umfasst 8 Aufgaben, die alle zu bearbeiten sind. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 min. Es sind insgesamt 120 Punkte zu erzielen. Hinter jeder Aufgabe ist angegeben, wie viele Punkte bei der entsprechenden Aufgabe zu erzielen sind.

Es werden ausschließlich die Eintragungen auf diesem Lösungsbogen gewertet, für Nebenrechnungen wird Extra-Papier ausgeteilt.

Zugelassene Hilfsmittel: Elektronische Hilfsmittel lt. Aushang des Prüfungsausschusses.

Die Heftung des Lösungsbogens darf nicht gelöst werden!

**Name:**

**Matrikelnummer:**

**Fakultät:**

### Aufgabe 1: Relative Deckungsbeitragsrechnung (15 Punkte):

Ein Unternehmen fertigt die Produkte A, B, C und D. Für die Herstellung der Produkte wird der Rohstoff „R“ verwendet, von dem nur **5.000 kg** pro Monat zur Verfügung stehen. Der **Beschaffungspreis** für ein Kilogramm des Rohstoffs beträgt **4 €**. Über die Produktions- und Absatzbedingungen des Unternehmens pro Monat sind folgende Informationen verfügbar:

Produkt	A	B	C	D
Absatzpreis pro Stück	80 €	60 €	40 €	25 €
Absatzhöchstmenge pro Monat	1.000 Stück	500 Stück	1.400 Stück	2.500 Stück
Fertigungseinzelkosten pro Stück	14 €	30 €	4 €	10 €
Rohstoffbedarf pro Stück	3 kg	1 kg	5 kg	2 kg

a) Bestimmen Sie die Stück-Deckungsbeiträge (DB) und relativen Deckungsbeiträge (RDB) der Produkte sowie die Mengen im gewinnmaximalen Produktionsprogramm.

Produkt	A	B	C	D
DB				
RDB				
Menge				

b) Ausgehend vom Optimum; wie viel wäre das Unternehmen insgesamt maximal bereit zu zahlen für ein zusätzliches kg Rohstoff? \_\_\_\_\_

c) Ein befreundetes Unternehmen bietet ein zusätzliches Kilogramm des Rohstoffs zu einem Preis von 6 € an. Ist es in der gegebenen Situation vorteilhaft, das Angebot anzunehmen?

Antwort: \_\_\_\_\_

A

**Aufgabe 2: Verfahrenswahl (10 Punkte):**

Gegeben seien vier Produktionsverfahren mit folgenden Kosten in Abhängigkeit der Ausbringungsmenge  $x$  pro Monat:

$$\begin{aligned} \text{Verfahren A: } K_A(x) &= 10 + 4x \\ \text{Verfahren B: } K_B(x) &= 22 + 3,5x \\ \text{Verfahren C: } K_C(x) &= 31 + x \\ \text{Verfahren D: } K_D(x) &= 15 + 3x \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Kostenfunktion, d.h. die minimalen Kosten in Abhängigkeit der Ausbringungsmenge  $x$ .

$$K(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

**Aufgabe 3: Optimale Bestellmenge (12 Punkte):**

Eine Suppenfabrik benötigt für die Herstellung ihrer Produkte gefrorene Hühnchen. Je Lieferung fallen, unabhängig von der bestellten Menge, Kosten in Höhe von 800 € an. Die Lagerung eines Hühnchens kostet 4 € pro Jahr. Der Einkaufspreis eines Hühnchens liegt bei 2 €. Die jährliche Nachfrage nach Hühnchen sei mit  $x$  und die Bestellmenge sei mit  $q$  bezeichnet.

a) Geben Sie die Kosten pro Jahr in Abhängigkeit der Nachfrage  $x$  und der Bestellmenge  $q$  an.

$$K(x, q) = \underline{\hspace{10cm}}$$

b) Berechnen Sie die optimale Bestellmenge  $q^*(x)$ .

$$q^*(x) = \underline{\hspace{10cm}}$$

c) Bestimmen Sie die langfristige Kostenfunktion pro Jahr.

$$K^L(x) = \underline{\hspace{10cm}}$$

d) Bestimmen Sie die kurzfristige Kostenfunktion  $K_K(x|\underline{x})$  pro Jahr, wenn die Bestellmenge langfristig für eine erwartete Menge  $\underline{x} = 10.000$  pro Jahr optimiert wird.

$$K_K(x|\underline{x}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

**Aufgabe 4: Innerbetriebliche Leistungsverrechnung (12 Punkte):**

Ein Einproduktunternehmen mit zwei Hilfskostenstellen ( $A_1, A_2$ ) und einer Hauptkostenstelle (H) geht für die Kostenplanung im Monat Januar von folgenden Daten aus:

↓ liefert an →	$A_1$	$A_2$	H	Primäre Stellenkosten (in €)
$A_1$	5	15	45	10.200
$A_2$	30	-	10	7.460

Ermitteln Sie die innerbetrieblichen Plan-Verrechnungspreise für die Hilfskostenstellen nach dem Gleichungsverfahren.

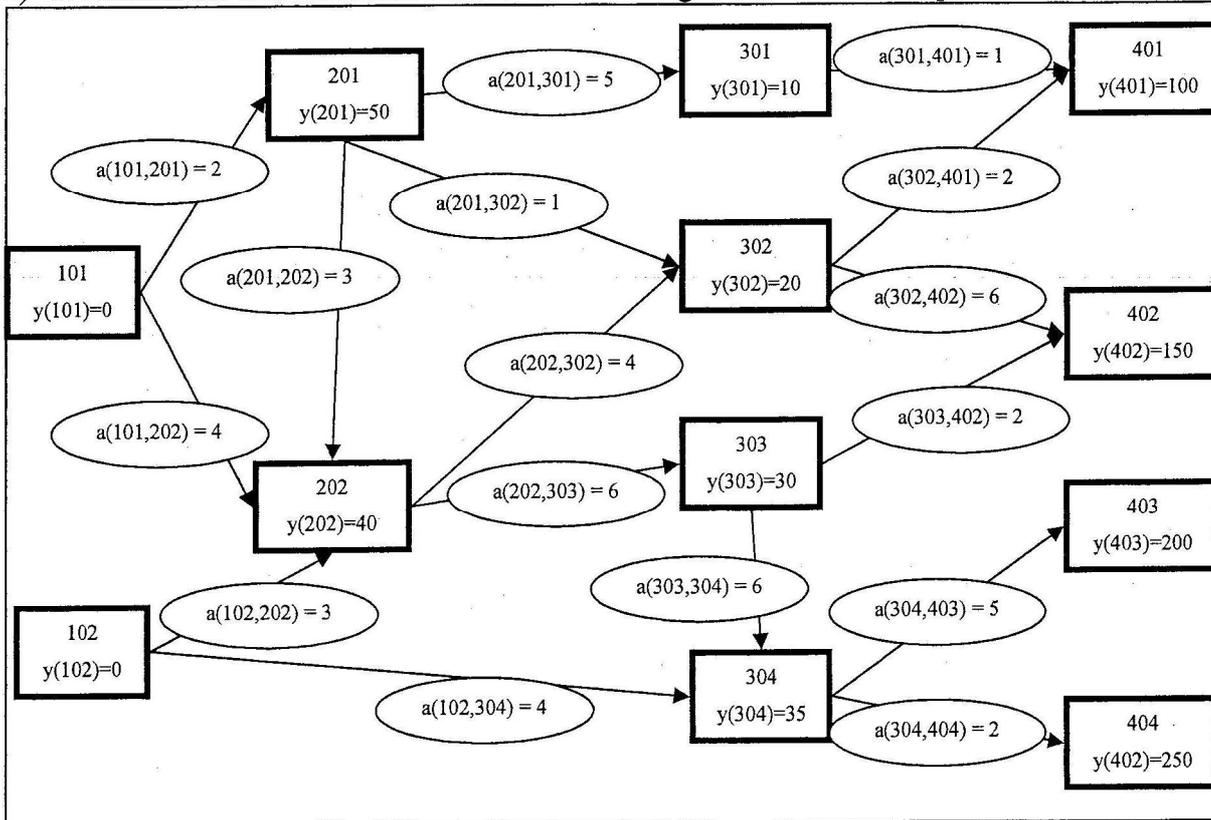
Gleichungssystem:

Verrechnungspreise:  $\pi_1$  : \_\_\_\_\_  $\pi_2$  : \_\_\_\_\_

**Aufgabe 5: Materialbedarfsplanung (18 Punkte):**

a) Bestimmen Sie den Gesamtbedarfsvektor  $x$  für folgenden Gozinto-Graphen:



$X_{101} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{102} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{201} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{202} = \underline{\hspace{2cm}}$
$X_{301} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{302} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{303} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{304} = \underline{\hspace{2cm}}$
$X_{401} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{402} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{403} = \underline{\hspace{2cm}}$	$X_{404} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Wann ist ein Materialbedarfsplanungsproblem **nicht** grafisch (d.h. nicht mittels eines Gozinto-Graphen) lösbar?

**Aufgabe 6: Pretiale Lenkung (11 Punkte)**

In einem Unternehmen erstellt Bereich  $B$  ein Zwischenprodukt, welches von Bereich  $A$  weiterverarbeitet und auf dem Absatzmarkt verkauft wird. Es sei angenommen, dass das Zwischenprodukt nicht extern veräußert werden kann. Die Produktionskosten der beiden Bereiche belaufen sich auf

$$K_A(x) = 50 + 2x \text{ und } K_B(x) = 10 + \frac{x^2}{8}$$

Der Markt für das Endprodukt ist monopolistisch. Bereich  $A$  sieht sich folgender Preis-Absatz-Funktion gegenüber:  $p(x) = 20 - \frac{1}{2}x$ .

a) Berechnen Sie das Gewinnmaximum bei Entscheidung durch die Unternehmenszentrale:

Zielfunktion der Zentrale:  $\underline{\hspace{4cm}}$

Optimalitätsbedingung:  $\underline{\hspace{4cm}}$

Optimales  $x$ :  $\underline{\hspace{4cm}}$

b) Wie muss die Unternehmenszentrale den Verrechnungspreis je Einheit für das Zwischenprodukt festlegen, damit die im Eigeninteresse handelnden Bereichsleiter gerade die Mengen austauschen, die den Gesamtgewinn maximieren? (Geben Sie auch die Bedingung für den optimalen Verrechnungspreis an!)

**Aufgabe 7: Lineare Optimierung (26 Punkte)**

Ein Unternehmen bestimmt sein optimales Produktionsprogramm über die Lösung des folgenden linearen Optimierungsproblems.

Zielfunktion (max. DB):  $\max Z = 6x_1 + 8x_2 + 2x_3$

Nebenbedingungen:

NB 1: Kapazitätsrestriktion Aggregat 1:  $0,5x_1 + x_2 + 0,4x_3 \leq 1.600$

NB 2: Kapazitätsrestriktion Aggregat 2:  $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3.000$

NB 3: Absatzobergrenze  $x_2$ :  $x_2 \leq 500$

Die Produkte  $x_1$  und  $x_3$  können in unbegrenzter Menge abgesetzt werden.

NNB:  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$x_1, x_2, x_3$  sind die Produktionsmengen der Produkte 1,2,3. Bezeichne zudem  $x_4, x_5, x_6$  die Schlupfvariablen der Nebenbedingungen 1,2,3

Das vorletzte Simplextableau ist gegeben durch:

Basis	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	q
$x_4$	1.100	0,5	0	0,4	1	0	-1	
$x_5$	2.500	2	0	1	0	1	-1	
$x_2$	500	0	1	0	0	0	1	
Z	4.000	-6	0	-2	0	0	8	

a) Führen Sie den letzten Schritt des Simplexalgorithmus durch. Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die folgende Tabelle ein:

Basis	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
Z							

b) Welche Mengen der drei Produkte werden im Optimum hergestellt?

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$        $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$        $x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) Um wie viel erhöht sich der Deckungsbeitrag, wenn ausgehend vom Optimum eine Einheit der Kapazität von Aggregat 1 (Aggregat 2) zusätzlich zur Verfügung steht?

Aggregat 1:  $\underline{\hspace{2cm}}$       Aggregat 2:  $\underline{\hspace{2cm}}$

d) Lohnt sich ceteris paribus eine Ausweitung der Absatzobergrenze von Produkt 2 durch zusätzliche Werbemaßnahmen?  $\underline{\hspace{2cm}}$

### Aufgabe 8: Nicht-lineare Optimierung: Kuhn-Tucker-Bedingungen (16 Punkte)

Betrachten Sie folgendes nicht-lineare Optimierungsprogramm:

$$\max 2x^2 + y^2$$

*u.d.N.*

$$x \leq 2$$

$$y \leq 1$$

$$x, y \geq 0$$

Untersuchen Sie, ob a)  $(x=2, y=1)$  und b)  $(x=1, y=0)$  die Kuhn-Tucker Bedingungen erfüllen. Geben Sie für den Fall, dass die Kuhn-Tucker-Bedingungen erfüllt sind, die optimalen Werte der Lagrangemultiplikatoren an.

#### Lagrangefunktion

---

a) Auswertung der Kuhn-Tucker-Bedingungen

b) Auswertung der Kuhn-Tucker-Bedingungen