

Prüfer: Luhmer

Als Hilfsmittel sind zugelassen: elektronische Hilfsmittel laut Aushang des Prüfungsamts.

Die Aufgabenstellung umfasst 7 Aufgaben, die sämtlich zu bearbeiten sind. Nur die an den vorgesehenen Stellen im beigegefügtten Lösungsblatt gut lesbar eingetragenen Antworten werden gewertet.

Für die Entwicklung der Lösungen wird Extra-Papier ausgeteilt, das mit abzugeben ist.

Aufgabe 1: Ein Energieversorger kann den Strompreis je MWh für Spitzenlast in Höhe von p_1 für Normallast p_2 unterschiedlich festsetzen. Die Spitzenlastnachfrage beträgt $60 - 0.5p_1$, die Normallastnachfrage beträgt $40 - p_2$ [MWh] pro Tag. Keine der beiden Nachfragemengen darf die einheitliche Kapazitätsgrenze C überschreiten, die für den jeweiligen Tag fest gewählt werden muss. Die Kapazitätskosten betragen pro Tag 10 € je MWh maximal bedienbarer Nachfrage. Der Energieversorger will die Differenz zwischen Umsatzerlös und Kapazitätskosten maximieren.

- a) Wie lautet die Zielfunktion? (3 Punkte)
- b) Wie lauten die Nebenbedingungen? (3 Punkte)
- c) Wie lautet die Lagrangefunktion, möglichst stark vereinfacht? (6 Punkte)
- d) Welches System von Gleichungen und Ungleichungen liefern die Kuhn-Tucker-Bedingungen?
- e) Welche Preise p_1, p_2 maximieren die Zielfunktion? Wie groß ist die Kapazität C zu wählen? (21 Punkte)

Aufgabe 2: Das nebenstehende Tableau ist ein unvollständiges Endtableau zu dem linearen Optimierungsproblem

maximiere $z = 6x_1 + 3x_2 + 2x_3$
 u.d.N. $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$
 $4x_1 + 2x_2 + \frac{3}{2}x_3 \leq 20$
 $2x_1 + \frac{3}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 8$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

| x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | s_3 | z | = |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|----|
| 1 | | 0 | 0 | -1/2 | 3/2 | 0 | 2 |
| 0 | -2 | 1 | 0 | 2 | -4 | 0 | 8 |
| 0 | -2 | 0 | 1 | 2 | -8 | 0 | |
| 0 | 1/2 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 28 |

Tragen Sie bitte in die dafür vorgesehenen Schemata im Lösungsblatt ein:

- a) die Basismatrix B dieses optimalen Endtableaus, (3 Punkte)
- b) die Basisinverse B^{-1} , (2 Punkte)
- c) die optimale Lösung, (3 Punkte)
- d) den Schattenpreis λ_3 der dritten Restriktion, (3 Punkte)
- e) die Darstellung der Spalte zu x_2 im Ausgangstableau in Koordinaten zur Basismatrix B . (3 Punkte)
- f) Wie groß müsste der Zielfunktionskoeffizient p_2 von x_2 mindestens sein, damit x_2 in der optimalen Lösung positiv würde? (2 Punkte)
- g) Gegen welche Basisvariable würde x_2 ausgetauscht? (2 Punkte)

Aufgabe 3: Eine vollautomatische Fertigungsstraße für die Herstellung von Kurbelwellen arbeitet normalerweise im Zweischichtbetrieb 1440 Stunden pro Monat. Die monatliche Abschreibung beträgt 200 000 €. Hinzu kommen fixe Überwachungskosten von 3 000 €. An variablen Betriebskosten fallen planmäßig 4800 € pro Betriebsstunde an. Wegen einer Betriebsunterbrechung wurden im November nur 980 Stunden gearbeitet. Die variablen Betriebskosten betragen 4 800 000 €. Man bestimme Beschäftigungsabweichung und Verbrauchsabweichung. (10 Punkte)

Aufgabe 4: Ein Elektronikhersteller produziert das Steckerladegerät für ein Mobiltelefon. Die bei Einstellung der Produktion abbaubaren Fixkosten betragen 5 000 € pro Tag bei variablen Kosten von 0.75 € pro Stück. Der Verkaufspreis beträgt 1.25 € pro Stück.

- Wie viele Einheiten müssen abgesetzt werden, um die abbaubaren Fixkosten zu decken? (3 Punkte)
- Wie hoch ist der Mindestabsatz, wenn die Unternehmensleitung eine Verwaltungskostenumlage von 1 000 € pro Tag erhebt, solange die Geräte produziert werden? (2 Punkte)
- Durch eine Änderung des Fertigungsablaufs, die 4 000 € zusätzliche Fixkosten pro Tag erfordern würde, ließe sich für das Ladegerät bei unveränderter Absatzmenge und unveränderten variablen Kosten ein um 20% höherer Verkaufspreis erzielen. Würde diese Maßnahme die Chancen verbessern, den Breakeven-Punkt aus Teil a) zu überschreiten? Begründung durch Rechnung? (5 Punkte)
- Der Einbau eines Universalsteckers würde die variablen Kosten um -.10 € pro Stück erhöhen, aber die Nachfrage um 30% steigern. Wie würde sich diese Maßnahme auf die Chancen auswirken, den Breakeven-Punkt aus Teil a) zu überschreiten? Begründung durch Rechnung? (5 Punkte)

Aufgabe 5: Ein Betrieb hat drei Hilfsstellen mit folgenden Daten:

| | Gesamtleistung, | davon für | Primärkosten |
|-----------------|-------------------|--|--------------|
| Lohnbuchhaltung | 1000 Buchungen | Fuhrpark: 25, Instandhaltung: 25 Buchungen | 1600 € |
| Fuhrpark | 4000 km | Instandhaltung: 100 km | 2700 € |
| Instandhaltung | 40 Arbeitsstunden | Fuhrpark: 20 Arbeitsstunden | 800 € |

Man bestimme:

- die Gesamtkosten der drei Kostenstellen
- die Verrechnungssätze je Leistungseinheit. (zusammen: 12 Punkte)

Aufgabe 6: Ein Produktionsvorgang gehorcht der Produktionsfunktion $x = f(r_1, r_2) = r_1 \cdot r_2$ wobei $r_2 \leq 20$ beschränkt ist. Man bestimme die Kostenfunktion im Bereich $0 \leq x \leq 1000$ bei Faktorpreisen $p_1 = 4$ und $p_2 = 5$. (20 Punkte)

Aufgabe 7: Ein Unternehmen stellt die Produkte A, B und C her. Für die Herstellung der Produkte wird Personal benötigt, das Festlohn erhält: es sind pro Monat 6500 Arbeitsstunden verfügbar. Es gelten folgende Produktions- und Absatzbedingungen:

| Produkt | A | B | C |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|
| Absatzpreis [€/Stück] | 40 | 33 | 30 |
| Absatzhöchstmenge [Stück/Monat] | 1.000 | 1.200 | 2.000 |
| Fertigungseinzelkosten [€/Stück] | 10 | 24 | 5 |
| Personalbedarf [Arbeitsstunden/Stück] | 5 | 3 | 10 |

Man bestimme das gewinnmaximale Produktionsprogramm! (10 Punkte)

Viel Erfolg!