

Klausur: Entscheidungstheorie, Wahrscheinlichkeit und Risiko

Prüfer: Spengler, Vogt

Datum: 22. Juli 2011

Prüfungs-Nr.: 11014

Name: .....

Vorname:.....

Matr.-Nr.: .....

Fakultät:.....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Gesamtpunkte	Note
Punkte											

Unterschrift der Prüfer: .....

.....

- Als Hilfsmittel sind zugelassen:**
- Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Datenverarbeitungsfunktion (lt. Aushang des Prüfungsamtes)
  - Sechs nicht kopierte, handbeschriebene Blätter nach eigener Wahl; diese sind mit den Klausurheften abzugeben.

- Hinweise:**
1. Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
  2. Die Klausur besteht aus 9 Aufgaben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten!
  3. Bei Aufgaben mit mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten ist genau eine Antwort richtig.
  4. Für Multiple Choice Aufgaben gilt: Für eine korrekte Antwort erhalten Sie einen Punkt, für eine nicht beantwortete Frage gibt es keinen Punkt und für eine falsche Antwort wird Ihnen ein halber Punkt abgezogen. Die Punkte werden mit den in Klammern stehenden Gewichtungsfaktoren multipliziert, um zur Gesamtpunktzahl zu gelangen. Die jeweiligen Gewichte sowie die zu erreichende Gesamtpunktzahl sind in der Aufgabenstellung angegeben.
  5. Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
  6. Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern. Geben Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen an! Wenn Sie zu einer Aufgabe mehr als eine Antwort markieren oder angeben, wird diese als falsch bewertet. Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich!
  7. Das Klausurheft besteht aus diesem Deckblatt (2 Seiten) plus 9 Aufgaben (insges. 13 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!
  8. Zusätzlich erhalten Sie Papier für eventuelle Nebenrechnungen. Dieses ist nach Klausurende mit dem Aufgabenheft und den von Ihnen möglicherweise mitgebrachten handschriftlichen Blättern vollständig abzugeben!
  9. Alle numerischen Ergebnisse sind auf zwei Stellen genau gerundet.
  10. Sie sind dafür verantwortlich, dass das Aufsichtspersonal Ihre Klausur am Ende der Bearbeitungszeit erhält!

**Viel Erfolg!!!!!!!**

## Aufgabe 1

(24 Punkte)

- a) Überprüfen Sie die folgenden Aussagen auf ihre Richtigkeit und kreuzen Sie entsprechend im Feld „wahr“ oder „falsch“ an! 24 Punkte

(Gewicht jeweils 1,5)

	wahr	falsch
Einen Akt, bei dem eines von mehreren möglichen, sich nicht unbedingt gegenseitig ausschließenden Zielbündeln zwecks zukünftiger Verfolgung ausgewählt wird, nennt man Entscheidung.		
Bei Verwendung des konstruktivistischen Modellbegriffs weisen Entscheidungsmodelle per se eine Struktur auf.		
Verbundeffekte wie Risikoverbund, Erfolgsverbund und Restriktionsverbund lösen Koordinationsbedarf aus.		
Bei der Halbierungsmethode wird zur Ermittlung von Nutzenfunktionen der mittlere Nutzen zweier extremer Ausprägungen durch Mittelwertbildung berechnet.		
Die Sigma-Additivität muss bei der $\mu$ -Regel, $\mu$ - $\sigma$ -Regel und beim Bernoulli Prinzip zwingend erfüllt sein.		
Zwischen den betriebswirtschaftlichen Zielen und Maßnahmen besteht ein Kausalitätszusammenhang.		
Nimmt der Optimismusparameter $\beta$ des Hurwicz-Prinzips Werte größer 0,5 an, dann handelt es sich um Entscheidungsträger mit überwiegend pessimistischen Zukunftserwartungen.		
Die normative Entscheidungstheorie sucht nach Kriterien rationalen Entscheidens.		
Bei ordinalem Skalenniveau sind alle arithmetischen Operationen zulässig.		
Eine Entscheidung, die zweckrational ist, kann auch gleichzeitig wertrational sein.		
Das Sicherheitsäquivalent beim Bernoulli Prinzip besagt, dass der Nutzen des Sicherheitsäquivalentes nicht dem Erwartungswert des Nutzens des (stochastischen) Ergebnisses entspricht.		
Es existiert ein $(\mu, \sigma)$ -Prinzip und unendlich viele $(\mu, \sigma)$ -Regeln.		

	wahr	falsch
Sofern bei Verwendung des Choquet-Erwartungswertes die Bedingung der $\delta$ -Additivität erfüllt ist, führt diese Theorie zu den gleichen Ergebnissen wie das Erwartungswertkonzept.		
Verhält sich der Entscheidungsträger risikoscheu, gilt, dass der Erwartungswert des Ergebnisses größer als das Sicherheitsäquivalent des Ergebnisses ist.		
Sind Aussagen über die Stärke der Präferenz möglich und gilt: $v(b) - v(a) > v(d) - v(c) \Leftrightarrow (a \rightarrow b) > (c \rightarrow d)$ mit $a, b, c, d \in A$ , so liegt eine nicht messbare Wertfunktion vor.		
Wird ein Entscheidungsträger mit einem Mehrzielentscheidungsproblem konfrontiert, so erfordert die Bewertung der Alternativen eine multiattributive Wertfunktion.		

## Aufgabe 2

(6 Punkte)

Ein Entscheider stehe vor folgender Entscheidungssituation:

	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
$a_1$	8.000	10.000	22.000	2.000
$a_2$	6.000	12.000	-1.500	25.000
$a_3$	5.400	10.000	1.200	12.000

- a) Welche Alternative wählt der Entscheider bei Anwendung der Laplace-Regel?  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

**2 Punkte**

- $a_1$ 
  $a_2$   
  $a_3$ 
 Keine der Antworten ist richtig.

- b) Welche Alternative wählt der Entscheider bei Anwendung der Niehans-Savage-Regel? **4 Punkte**  
 (Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- $a_1$ 
  $a_2$   
  $a_3$ 
 Keine der Antworten ist richtig.

**Aufgabe 3**

**(20 Punkte)**

Ein Entscheider muss die drei folgenden Lotterien gemäß seiner Präferenz in eine Rangfolge bringen:

A: [144;0,5;36]      B: [256;0,2;196]      C: [676;0,6;100]

- a) Welche Präferenzrangfolge ergibt sich, wenn der Entscheider die Lotterien nach dem Nutzenerwartungswert ordnet und er über folgende Risikonutzenfunktion

$$U(x) = \sqrt{\frac{1}{4} * x} + 35 \text{ verfügt?}$$

**6 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Runden Sie Ihr Ergebnis auf zwei Nachkommastellen! Gewicht: 6)

- $A \succ B \succ C$ 
  $A \succ C \succ B$ 
  $B \succ C \succ A$   
  $B \succ A \succ C$ 
  $C \succ B \succ A$ 
  $C \succ A \succ B$   
 Keine der Antworten ist richtig.

- b) Berechnen Sie die Sicherheitsäquivalente der Lotterien A, B und C!

(Bitte ankreuzen! Runden Sie Ihr Ergebnis auf zwei Nachkommastellen! Gewicht jeweils 3)

b1) Lotterie A:

**3 Punkte**

- 81
  108,55  
 74,73
  Keine der Antworten ist richtig.

b2) Lotterie B:

**3 Punkte**

73,46

207,36

384,16

Keine der Antworten  
ist richtig.

b3) Lotterie C:

**3 Punkte**

384,16

108,55

74,73

Keine der Antworten  
ist richtig.

c) Welchen Wert muss  $w$  annehmen, damit der Entscheidungsträger indifferent zwischen Lotterie B und C ist? **5 Punkte**

*(Bitte ankreuzen! Runden Sie Ihr Ergebnis auf zwei Nachkommastellen! Gewicht: 5)*

0,29

0,03

0,81

Keine der Antworten  
ist richtig.

**Aufgabe 4****(10 Punkte)**

Karl Schulz muss aus drei ihm zur Verfügung stehenden Alternativen  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  eine auswählen. Das mit der Wahl einer Alternative verbundene Ergebnis hängt vom eintretenden Umweltzustand ab. Insgesamt hält Paul Müller vier Umweltzustände für möglich ( $k = 1, \dots, 4$ ). Die Eintrittswahrscheinlichkeiten der betrachteten Umweltzustände kann er lediglich in Form von Intervallen angeben. Das gesamte Entscheidungsproblem kann Paul in der folgenden Entscheidungsmatrix abbilden.

	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$
$w_k \in$	$[0,2; 0,5]$	$[0,1; 0,2]$	$[0,1; 0,4]$	$[0,2; 0,6]$
$a_1$	16	0	24	8
$a_2$	22	8	14	-4
$a_3$	-2	16	6	26

Aus Vorlesungen weiß Karl Schulz, dass derartige Entscheidungsprobleme u. a. mit dem LPI-Hurwicz-Prinzip gelöst werden können. Paul verfolgt das Ziel der Maximierung des Erwartungswertes.

- a) Welche Alternative wählt Karl, wenn er von der **ungünstigsten** Verteilung der Eintrittswahrscheinlichkeiten ausgeht? **5 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 5)

- $a_1$ 
  $a_2$   
  $a_3$ 
 Karl ist indifferent zwischen den Alternativen.  
 Keine der Antworten ist richtig.

- b) Welche Alternative wählt Karl, wenn er von der **günstigsten** Verteilung der Eintrittswahrscheinlichkeiten ausgeht? **5 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 5)

- $a_1$ 
  $a_2$   
  $a_3$ 
 Karl ist indifferent zwischen den Alternativen.  
 Keine der Antworten ist richtig.

### Aufgabe 5

(12 Punkte)

Einer Gruppe von 5 Studenten werden drei Eintrittskarten für eine Veranstaltung angeboten. Auf wie viele Arten können die Karten verteilt werden, wenn

- a) drei nummerierte Sitzplätze zu vergeben sind und ein Student genau eine Karte nehmen kann. *(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)* **3 Punkte**

- 125
- 243
- 60
- Keine der Antworten ist richtig.

- b) drei nummerierte Sitzplätze zu vergeben sind und ein Student mehrere Karten nehmen kann. *(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)* **3 Punkte**

- 243
- 60
- 125
- Keine der Antworten ist richtig.

- c) drei unnummerierte Sitzplätze zu vergeben sind und ein Student genau eine Karte nehmen kann. *(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)* **3 Punkte**

- 20, 83
- 10
- 40, 5
- Keine der Antworten ist richtig.

- d) drei unnummerierte Sitzplätze zu vergeben sind und ein Student mehrere Karten nehmen kann. *(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)* **3 Punkte**

- 21
- 35
- 5

**Aufgabe 6****(10 Punkte)**

Sei  $X$  eine diskrete Zufallsvariable mit  $T_X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  und Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$f_X(x) = P(X = x) = \begin{cases} 0,1 & \text{für } x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0,5 & \text{für } x = 6 \end{cases}$$

- a) Geben Sie die Verteilungsfunktion von  $X$  an.  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

**4 Punkte**

$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 1 \\ 0,5 & \text{für } 1 \leq x < 5 \\ 0,5 & \text{für } 5 \leq x < 6 \\ 1 & \text{für } 6 \leq x \end{cases}$

$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 1 \\ 0,1 & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ 0,2 & \text{für } 2 \leq x < 3 \\ 0,3 & \text{für } 3 \leq x < 4 \\ 0,4 & \text{für } 4 \leq x < 5 \\ 0,5 & \text{für } 5 \leq x < 6 \\ 1 & \text{für } 6 \leq x \end{cases}$

$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 1 \\ 0,1 & \text{für } 1 \leq x < 5 \\ 0,6 & \text{für } 5 \leq x < 6 \\ 1 & \text{für } 6 \leq x \end{cases}$

Keine der Antworten ist richtig.

- b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariable  $X$ .  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

**3 Punkte**

4,5

6,5

11,5

Keine der Antworten ist richtig.

- c) Berechnen Sie die Varianz von X.  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

3 Punkte

- 23, 5  
 3, 25  
 16, 25  
 Keine der Antworten ist richtig.

**Aufgabe 7**

(16 Punkte)

Gegeben sei die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariable X

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{1}{4}x^2 & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Dichtefunktion von X.  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

4 Punkte

- $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$   
  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$   
  $f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{1}{2}x & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$

Keine der Antworten ist richtig.

- b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

4 Punkte

- 4/3  
 4/4  
 16/8  
 Keine der Antworten ist richtig.

- c) Welche der folgenden Aussagen über den Erwartungswert eine beliebige Zufallsvariable  $X$  ist wahr (gilt im Allgemeinen)? **4 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- $E(X)$  ist immer positiv
- $E(X) \neq 0$
- $E(X)$  existiert nicht immer
- Keine der Antworten ist richtig.

- d) Berechnen Sie die Varianz von  $X$ . **4 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- $2/3$
- $2/9$
- $16/8$
- Keine der Antworten ist richtig.

### Aufgabe 8

**(13 Punkte)**

Im Bereich Erdbebenversicherung hat ein Versicherungsunternehmen sechs Banken als Kunden. Jede Bank zahlt eine jährliche Versicherungsprämie von 1,5 Mio. Euro. Wenn es zu einem Gebäudeschaden kommt, zahlt das Versicherungsunternehmen einen Betrag von 50 Mio. Euro. Die Wahrscheinlichkeit, dass es innerhalb eines Jahres zu einem Schaden kommt, beträgt (für jede der sechs Banken) 2%. Da die sechs Banken alle nebeneinander in der Innenstadt von Tokio liegen, erleiden entweder alle oder keine einen Gebäudeschaden.

Sei  $Y$  eine Zufallsvariable, die die Anzahl der Kunden, die innerhalb eines Jahres einen Gebäudeschaden erleiden, angibt. Sei  $X$  die Zufallsvariable des Jahresgewinns des Versicherungsunternehmens.

- a) Geben Sie die Werte, die die Zufallsvariable  $Y$  annehmen kann, an (die Träger von  $Y$ ).

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

**3 Punkte**

- $T_Y = \{0; 6\}$
- $T_Y = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- $T_Y = \{0\}$
- $T_Y = \{6\}$

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion des Jahresgewinns  $X$  des Versicherungsunternehmens. (in Mio. Euro) **4 Punkte**  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

$f_X(x) = \begin{cases} 0,98 & \text{für } x = 9 \\ 0,02 & \text{für } x = -50 \end{cases}$

$f_X(x) = \begin{cases} 0,98 & \text{für } x = 1,5 \\ 0,02 & \text{für } x = -50 \end{cases}$

$f_X(x) = \begin{cases} 0,98 & \text{für } x = 9 \\ 0,02 & \text{für } x = -291 \end{cases}$

Keine der Antworten ist richtig.

- c) Geben Sie den Erwartungswert des Gewinns an. (in Mio. Euro) **3 Punkte**  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

3

7,82

0,47

Keine der Antworten ist richtig.

- d) Geben Sie die  $\sqrt{\text{Varianz}}$  des Gewinns an. (in Mio. Euro) **3 Punkte**  
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

1764

42

42,11

Keine der Antworten ist richtig.

### **Aufgabe 9**

**(9 Punkte)**

Ein Industrieprodukt bestehe aus drei Teilen A, B und C. In der Fertigung bestehe Unabhängigkeit zwischen den Teilen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teil Ausschuss ist, betrage für die drei Teile jeweils 3%, 5%, und 6%.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Endprodukt völlig einwandfrei ist?

a) Gesucht ist welche Wahrscheinlichkeit?

**3 Punkte**

*(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)*

$P(\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C})$

$P(A \cap B \cap C)$

$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$

Keine der Antworten ist richtig.

b) Die Formel zur Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit ist:

**3 Punkte**

*(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)*

$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(A) * P(B) * P(C)$

$P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B) * P(C)$

$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) * P(\bar{B}) * P(\bar{C})$

Keine der Antworten ist richtig.

c) Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist (auf 2 Stellen gerundet):

**3 Punkte**

*(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)*

0,00

0,87

1

Keine der Antworten ist richtig.