FAKULTÄT FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

Klausur: Entscheidungstheorie, Wahrscheinlichkeit und Risiko (Teil B)

PROFESSUR FÜR EMPIRISCHE WIRTSCHAFTSFORSCHUNG

Prüfer: Schosser
Datum: 04.02.2013
Prüfungsnummer: 11014

Name: .... Vorname: ....

Matrikelnummer: .... Fakultät: ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamtpunkte	Note
Punkte							

Unterschrift des Prüfers: ....

Als Hilfsmittel sind zugelassen:

- Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Datenverarbeitungsfunktion (lt. Aushang des Prüfungsamtes)
- Drei nicht kopierte, handbeschriebene Blätter nach eigener Wahl; diese sind mit den Klausurheften abzugeben.

Hinweise:

- Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
- Die Klausur besteht aus 5 Aufgaben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten!
- Für Multiple Choice Aufgaben gilt: Für eine korrekte Antwort erhalten Sie einen Punkt, für eine nicht oder falsch beantwortete Frage gibt es keinen Punkt.
- Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
- Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern. Geben Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen an! Wenn Sie zu einer Aufgabe mehr als eine Antwort markieren oder angeben, wird diese als falsch bewertet. Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich!
- Das Klausurheft besteht aus diesem Deckblatt (1 Seite) plus 5 Aufgaben (7 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!
- Zusätzlich erhalten Sie Papier für eventuelle Nebenrechnungen. Dieses ist nach Klausurende mit dem Aufgabenheft und den von Ihnen möglicherweise mitgebrachten handschriftlichen Blättern vollständig abzugeben!
- Alle numerischen Ergebnisse sind auf zwei Stellen genau zu runden.
- Sie sind dafür verantwortlich, dass das Aufsichtspersonal Ihre Klausur am Ende der Bearbeitungszeit erhält!

Aufgabe 1 (Multiple Choice Fragen) **(10 Punkte)**

Bitte kreuzen Sie genau die Aussagen an, die richtig sind

- (a) Für die unabhängigen Ereignisse A und B gilt immer: $P(A|B) = P(A)$. ☐
- (b) Ein Korrelationskoeffizient von 0 zwischen den Variablen X und Y deutet darauf hin, dass es keinen linearen Zusammenhang zwischen den beiden Zufallsvariablen gibt. ☐
- (c) Die Schnittmenge zweier disjunkter Ereignisse ($A \cap B$) ist das sichere Ereignis (Ω) ☐
- (d) Zwei disjunkte Ereignisse sind immer auch stochastisch unabhängig. ☐
- (e) Eine Zufallsvariable X wird als diskret bezeichnet, wenn sie überabzählbar unendlich viele Werte annehmen kann. ☐
- (f) Der Erwartungswert eines fairen Würfels mit 6 Seiten gibt den Wert an, der bei einem Wurf mit höchster Wahrscheinlichkeit gewürfelt wird. ☐
- (g) Die Verteilungsfunktion einer stetig gleichverteilten Zufallsvariable D ist monoton steigend für alle Werte des Trägers von D. ☐
- (h) Jede Ausprägung einer stetigen Zufallsvariablen lässt sich als ganzzahligen Wert darstellen. ☐
- (i) Gibt es 10 verschieden Möglichkeiten, Dinge anzuordnen, wenn man deren Reihenfolge beachtet, dann existieren mehr Anordnungsmöglichkeiten, wenn man die Reihenfolge der Dinge nicht beachtet. ☐
- (j) Der Satz der totalen Wahrscheinlichkeit gilt nicht für stochastisch unabhängige Ereignisse. ☐

Aufgabe 2 (Diskrete Zufallsvariablen) **(15 Punkte)**

Gegeben sei eine Urne mit 10 Kugeln. 4 der Kugeln wiegen 10g, 6 Kugeln wiegen 20g. Von den Kugeln mit Gewicht 10g sind 3 mit „0" markiert und 1 mit „1". Von den 6 Kugeln mit Gewicht 20g sind 2 mit „0" und 4 mit „1" markiert.

(a) Es werde eine Kugel aus der Urne gezogen. Die Zufallsvariable X beschreibe das Gewicht der gezogenen Kugel und die Zufallsvariable Y die auf der Kugel abgedruckte Zahl. Geben Sie Wahrscheinlichkeitstabelle (also die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Randwahrscheinlichkeiten) für die Zufallsvariablen X und Y an. **(3 Punkte)**

(b) Geben Sie an, ob die Zufallsvariablen X und Y unabhängig sind und begründen Sie ihr Ergebnis. **(2 Punkte)**

(c) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X. **(1 Punkt)**

(d) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(Y)$ der Zufallsvariablen Y. **(1 Punkt)**

(e) Ermitteln Sie die Kovarianz $Cov(X,)$ der Zufallsvariablen X und Y. **(2 Punkte)**

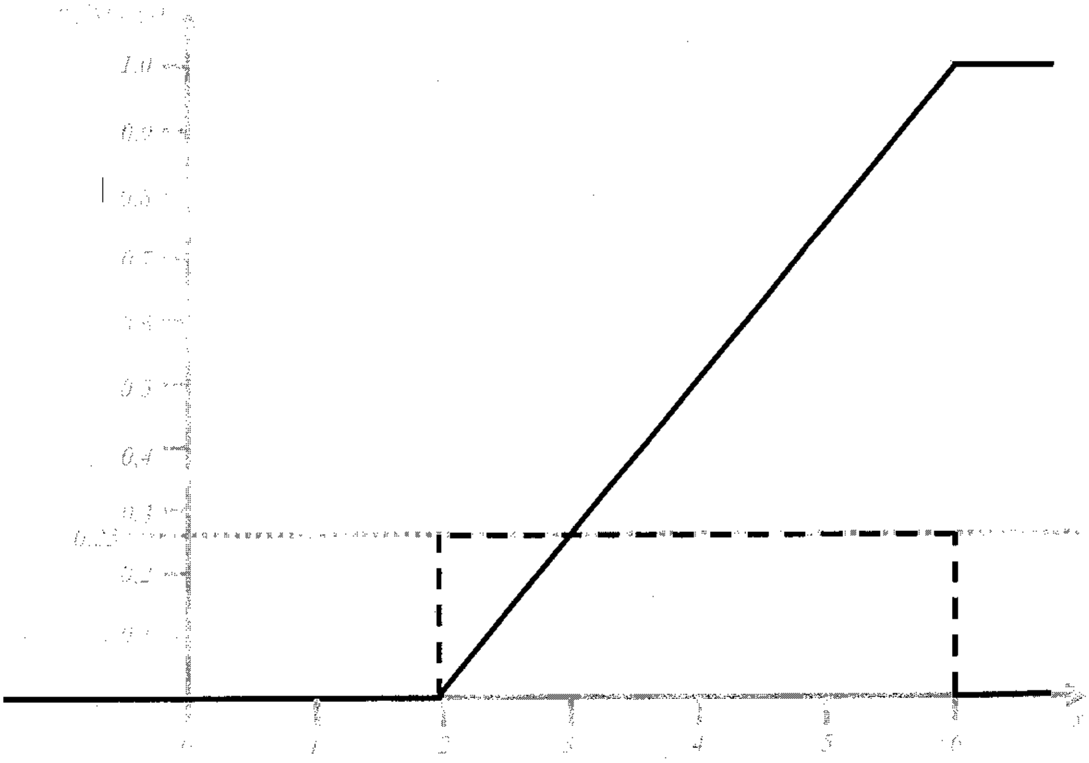
(f) Ermitteln Sie die Varianz $Var(X)$ der Zufallsvariablen X. **(2 Punkte)**

(g) Ermitteln Sie die Varianz $Var(Y)$ der Zufallsvariablen Y. **(2 Punkte)**

(h) Ermitteln Sie die Varianz $Var(Z)$ und den Erwartungswert $E(Z)$ der Zufallsvariablen $Z = X + Y$. **(2 Punkte)**

Aufgabe 3 (Stetige Zufallsvariablen) **(15 Punkte)**

Gegeben sei die Zufallsvariable X und die in der folgend Abbildung dargestellt zugehörige Dichtefunktion $f_X(x)$ und Verteilungsfunktion $F_X(x)$.



(a) Markieren Sie in der Abbildung die Dichtefunktion mit „D" und die Verteilungsfunktion mit „V". **(1 Punkt)**

(b) Ermitteln Sie aus der Abbildung die abschnittsweise definierte Dichtefunktion $f_X(x)$. **(2 Punkte)**

(c) Prüfen Sie, ob die von Ihnen in (b) ermittelte Funktion $f_X(x)$ tatsächlich eine Dichtefunktion ist. **(2 Punkte)**

(d) Ermitteln Sie die abschnittsweise definierte Verteilungsfunktion $F_X(x)$. **(2 Punkte)**

Gegeben sei nun weiterhin die folgende Dichtefunktion $f_Y(y)$ der Zufallsvariablen Y

$$f_Y(y) = \begin{cases} -\frac{1}{8}y + 0{,}5 & f\ddot{u}r \quad 0 \leq y \leq 4 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

(e) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(Y)$ der Zufallsvariablen Y. **(4 Punkte)**

(f) Ermitteln Sie die Varianz $Var(Y)$ der Zufallsvariablen Y. **(4 Punkte)**

Aufgabe 4 (Kombinatorik) **(10 Punkte)**

Vier Ehepaare machen Urlaub an der Ostsee.

(a) Jedes Ehepaar hat ein Doppelzimmer gebucht (insgesamt also 4). Geben Sie an wie viele Möglichkeiten es gibt die Ehepaare gemeinsam auf die 4 Doppelzimmer zu verteilen. **(2 Punkte)**

(b) Am Strand stehen 12 Liegestühle. Geben Sie an wie viele Möglichkeiten es gibt die 8 Urlauber auf die Liegestühle zu verteilen. **(2 Punkte)**

(c) Für ihr Erinnerungsfoto sollen immer Frauen und Männer abwechselnd nebeneinander in einer Reihe sitzen. Geben Sie an wie viele Möglichkeiten der Anordnung es gibt. **(2 Punkte)**

(d) Täglich kann jeder Urlauber aus drei Mittagsmenüs wählen. Der Speiseplan wiederholt sich nach einer Woche (7 Tagen). Geben Sie an wie viele unterschiedliche Speisekombinationen ein Urlauber während seines Aufenthalts von 7 Tagen zu sich nehmen kann. **(2 Punkte)**

(e) Täglich kann jeder Urlauber aus drei Mittagsmenüs wählen. Der Speiseplan wiederholt sich nach einer Woche (7 Tagen). Geben Sie an wie viele unterschiedliche Speisekombinationen kann ein Urlauber während seines Aufenthalts von 10 Tagen zu sich nehmen, wenn er kein Gericht zwei Mal essen möchte. **(2 Punkte)**

Aufgabe 5 (Vermischte Aufgaben) **(10 Punkte)**

(a) Nennen Sie die Axiome für Wahrscheinlichkeitsmaße von Kolmogoroff. **(3 Punkte)**

(b) Ein Student habe in seinem Studium bisher 5 Klausuren bestanden. Im laufenden Semester schreibt er 4 weitere Klausuren. Es kann davon ausgegangen werden, dass er diese Klausuren mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}75$ besteht. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl bestandener Klausuren nach dem laufenden Semester. Geben Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariable X an. **(2 Punkte)**

(c) Mehrere Studenten hören eine Vorlesung zur Wahrscheinlichkeitstheorie. Nur $P(A) = 0{,}10$ der Studenten machen die Übungsaufgaben. Von den Studenten, welche die Übungsaufgaben machen fallen nur $P(D|A) = 0{,}05$ durch die Klausur. Die Wahrscheinlichkeit dass ein durchgefallener Student die Übungsaufgaben gemacht hat, ist $P(A|D) = 0{,}02$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(D|\bar{A})$, dass ein fauler Student durchfällt. **(5 Punkte)**