



**Klausur: Entscheidungstheorie,
Wahrscheinlichkeit und Risiko
(Teil B)**

PROFESSUR FÜR EMPIRISCHE
WIRTSCHAFTSFORSCHUNG

Prüfer: Dr. Stephan Schosser
Datum: 26.07.2013
Prüfungsnummer: 11014

Name: Vorname:
Matrikelnummer: Fakultät:

Aufgabe	1	2	3	4	Gesamtpunkte	Note
Punkte						

Unterschrift des Prüfers:

Als Hilfsmittel sind zugelassen:

- Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Datenverarbeitungs-funktion (lt. Aushang des Prüfungsamtes)
- Drei nicht kopierte, handbeschriebene Blätter nach eigener Wahl; diese sind mit den Klausurheften abzugeben.

Hinweise:

- Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
- Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten!
- Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
- Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern. Geben Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen an! Wenn Sie zu einer Aufgabe mehr als eine Antwort markieren oder angeben, wird diese als falsch bewertet. Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich!
- Das Klausurheft besteht aus diesem Deckblatt (1 Seite) plus 4 Aufgaben (8 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!
- Zusätzlich erhalten Sie Papier für eventuelle Nebenrechnungen. Dieses ist nach Klausurende mit dem Aufgabenheft und den von Ihnen möglicherweise mitgebrachten handschriftlichen Blättern vollständig abzugeben!
- Alle numerischen Ergebnisse sind auf zwei Stellen genau zu runden.
- Sie sind dafür verantwortlich, dass das Aufsichtspersonal Ihre Klausur am Ende der Bearbeitungszeit erhält!

Aufgabe 1 (Diskrete Zufallsvariablen)**(10 Punkte)**Gegeben sei die folgende Wahrscheinlichkeitstabelle für zwei Zufallsvariablen X und Y

		Y		
		0	1	
X	0	0,20	0,10	0,30
	1	0,20	0,50	0,70
		0,40	0,60	

- (a) Geben Sie an und begründen Sie, ob die Zufallsvariablen X und Y unabhängig sind. **(2 Punkte)**

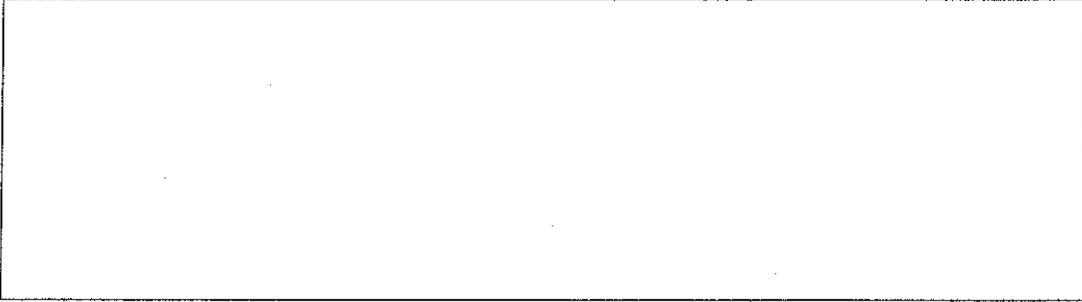
- (b) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X . **(1 Punkt)**

- (c) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(Y)$ der Zufallsvariablen Y . **(1 Punkt)**

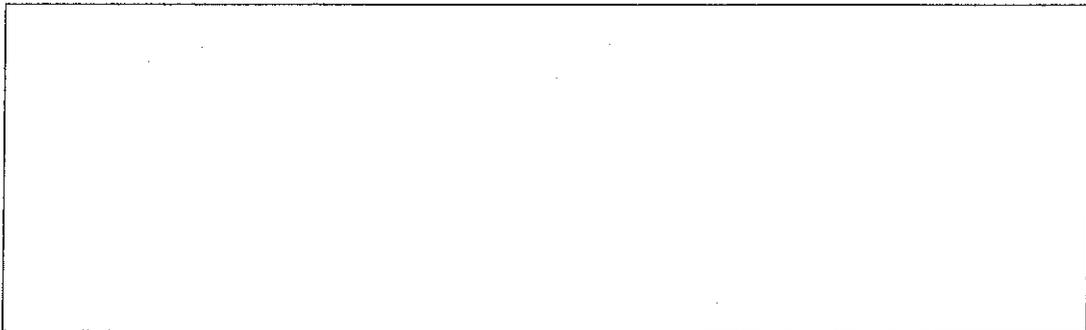
- (d) Ermitteln Sie die Kovarianz $Cov(X, Y)$ der Zufallsvariablen X und Y . **(2 Punkte)**

- (e) Ermitteln Sie die Varianz $Var(X)$ der Zufallsvariablen X . **(2 Punkte)**

- (f) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(Z)$ der Zufallsvariablen $Z = X + Y$. **(1 Punkt)**



- (g) Gegeben sei die Varianz $\text{Var}(Y) = 0,24$. Ermitteln Sie die Varianz $\text{Var}(Z)$ der Zufallsvariablen $Z = X + Y$. **(1 Punkt)**



Aufgabe 2 (Stetige Zufallsvariablen)**(20 Punkte)**

(a) Gegeben sei die folgende Funktion

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Ermitteln Sie alle Werte für a , so dass $f_x(x)$ eine Dichtefunktion der Zufallsvariablen X ist und geben Sie die Dichtefunktion an. **(4 Punkte)**

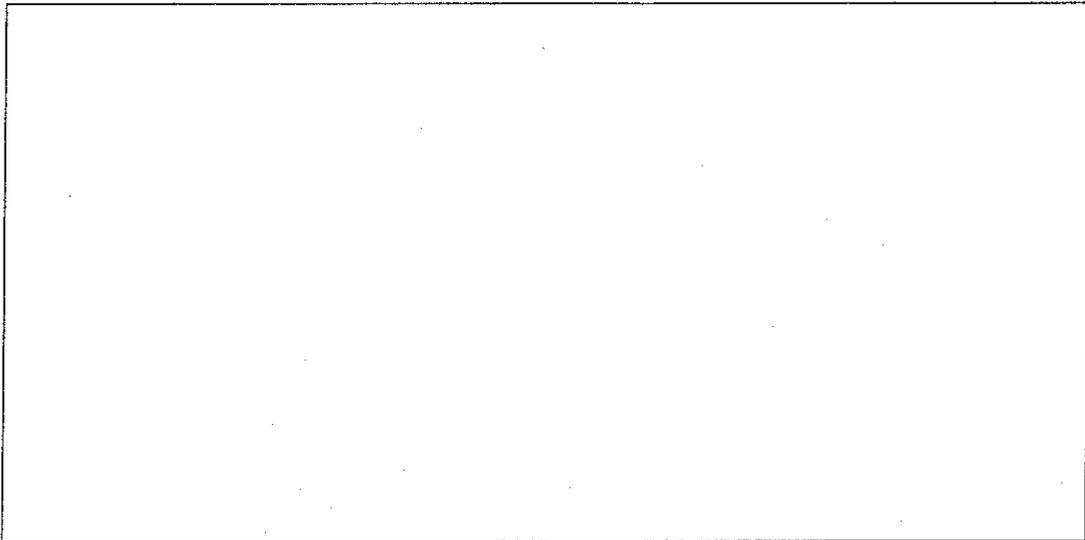
(b) Gegeben sei die Dichtefunktion $f_Y(y)$ der Zufallsvariablen Y

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{für } a \leq y \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

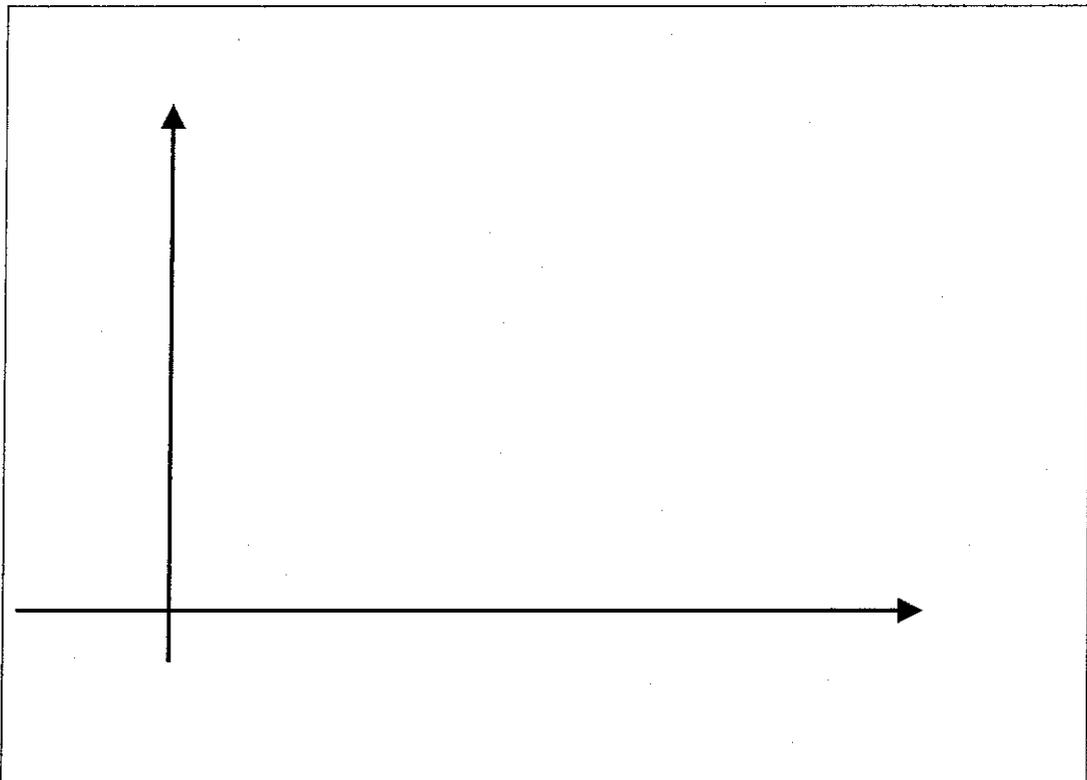
Ermitteln Sie für die Dichtefunktion $f_Y(y)$ die Verteilungsfunktion $F_Y(y)$. **(4 Punkte)**

(c) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(Y)$ der Zufallsvariablen Y .**(3 Punkte)**

- (d) Ermitteln Sie die Varianz $Var(Y)$ der Zufallsvariablen Y , wenn $a = 1$ und $b = 2$ gilt. **(4 Punkte)**



- (e) Visualisieren Sie Dichtefunktion $f_Y(y)$ und die Verteilungsfunktion $F_Y(y)$ der Zufallsvariablen Y , wenn $a = 0$ und $b = 10$ gilt. Nutzen Sie hierfür ein Koordinatensystem und beschriften Sie die Achsen. **(5 Punkte)**



Aufgabe 3 (Kombinatorik / Wahrscheinlichkeitsrechnung)

(10 Punkte)

Touristen, die den Harz besuchen, besichtigen das Schloss Wernigerode (S) mit Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ und fahren mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{7}$ mit den Harzer Schmalspurbahnen zum Brocken (B). Insgesamt ist die Wahrscheinlichkeit, dass Touristen Harz oder Brocken besuchen $P(S \cup B) = \frac{19}{21}$.

- (a) Geben Sie an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Tourist Harz und Brocken besucht $P(S \cap B)$. **(3 Punkte)**

- (b) Geben Sie an, ob die Ereignisse S und B unabhängig sind. Begründen Sie ihre Antwort. **(2 Punkte)**

- (c) Geben Sie an mit, welcher bedingten Wahrscheinlichkeit $P(S|B)$ ein Tourist das Schloss in Wernigerode besucht, wenn er zum Brocken fährt. **(2 Punkte)**

Im Folgenden sei ein Gremium aus 12 Mitgliedern gegeben. Aus den Mitgliedern des Gremiums soll ein Ausschuss gebildet werden, dem 6 Mitglieder angehören.

- (d) Geben Sie an, wie viele mögliche Zusammensetzungen des Ausschusses es gibt. **(1 Punkt)**

- (e) Geben Sie für das Gremium an, wie viele Möglichkeiten es gibt, den Ausschuss paritätisch zu bilden, d.h. im Ausschuss sollen 3 Damen und 3 Herren sein. Gehen Sie davon aus, dass im Gremium 4 Männer und 8 Frauen sitzen. **(2 Punkte)**

Aufgabe 4 (Vermischte Aufgaben)

(20 Punkte)

- (a) Geben Sie an, wie sich die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A also $P(A)$ ermitteln lässt, wenn alle Elementarereignisse in Ω gleich wahrscheinlich sind. **(2 Punkte)**

- (b) Eine Zufallsvariable X sei diskret gleichverteilt mit dem Träger $T_X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Ermitteln Sie Erwartungswert $E(X)$ und Varianz $Var(X)$ der Zufallsvariablen X . **(2 Punkte)**

- (c) Gegeben sei die Verteilungsfunktion $F_X(x) = 0,1x$ im Intervall $[0,10]$ und sonst 0. Geben Sie die drei Quartile (die Quantile für $p = 0,25$, $p = 0,50$ und $p = 0,75$) an. **(3 Punkte)**

20 weiße (W) und 15 schwarze (S) Kugeln wurden auf 3 Urnen verteilt. In Urne 1 liegen 10 weiße und 5 schwarze Kugeln, in Urne 2 liegen 4 weiße und 8 schwarze und in Urne 3 liegen 6 weiße und 2 schwarze Kugeln.

- (d) Eine Person zieht nacheinander aus jeder Urne genau eine Kugel. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person mindestens eine weiße Kugel zieht? **(2 Punkte)**

- (e) Eine Person wählt zuerst zufällig eine Urne aus und zieht danach eine Kugel. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person eine weiße Kugel zieht? **(3 Punkte)**

- (f) Eine andere Person beobachtet den Zug der Person aus (e) und sieht, dass diese eine weiße Kugel gezogen hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Kugel aus Urne 1 kommt? **(3 Punkte)**

- (g) In einer Kiste sind 50 Äpfel, davon sind 10 verdorben. Der Händler entnimmt der Kiste 20 Äpfel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen 20 Äpfeln 3 verdorbene sind? **(3 Punkte)**

- (h) An einem Pferderennen nehmen 20 Pferde teil. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Besetzung der ersten 3 Plätze (Dreierwette)? **(2 Punkte)**