

Klausur Grundkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaft

Gruppe A

14. 02. 2013

(1) Wir betrachten das lineare Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} -1 & -5 & 3 \\ -1 & -4 & 1 \\ -2 & -7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ h \end{bmatrix}.$$

- (a) (4 Punkte) Für welche reellen Zahlen h ist das Gleichungssystem lösbar?
- (b) (4 Punkte) Lösen Sie das Gleichungssystem für $h = 5$.
- (c) (2 Punkte) Berechnen Sie die Determinante der Koeffizientenmatrix.

(2) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ unter der Annahme, dass der Grenzwert existiert, für:

- (a) (4 Punkte) $a_n = \frac{n^2}{(5 + 2n)^2}$ für $n \geq 1$.
- (b) (6 Punkte) $a_1 = 0$ und $a_{n+1} = \frac{12 + a_n}{5 + a_n}$ für $n \geq 1$.

(3) (a) (5 Punkte) Zeigen Sie, dass gilt

$$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx = \frac{e^x}{1+x} + C,$$

wobei $C \in \mathbb{R}$ eine beliebige Konstante ist.

(b) (5 Punkte) Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x) + x - 1}{x^2 + 2x - 3}.$$

- (4) (a) (4 Punkte) Angenommen, Sie wollen Ihr altes Silberbesteck verkaufen. Ein Käufer bietet Ihnen €10000 sofort an, ein anderer Käufer bietet Ihnen an, €5000 in einem Jahr sowie €6000 in zwei Jahren zu zahlen. Welches Angebot ist für Sie besser, wenn Sie davon ausgehen, dass Sie Ihr Geld mit 10% Zinsen jährlich anlegen können?
- (b) (3 Punkte) Ein Betrag von €1000 ist in 11 Jahren bei konstanten Zinsen $p\%$ jährlich auf €1456 angewachsen. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von p an.
- (c) (3 Punkte) Gilt in (b) $p \geq 4$ oder $p < 4$? Begründen Sie Ihre Antwort. (*Etwas schwieriger.*)

Bitte wenden.

(5) (a) (4 Punkte) Gegeben sind die Funktionen

$$f_1(x) = \sqrt{x}, \quad f_2(x) = \ln(x), \quad f_3(x) = e^x, \quad f_4(x) = x^5.$$

Ordnen Sie diese Funktionen den unten abgebildeten Graphen zu. Eine Begründung ist nicht erforderlich.

(b) (6 Punkte) Man finde zwei nichtnegative reelle Zahlen, deren Summe 3 ist und für die das Produkt aus der einen Zahl und dem Quadrat der anderen Zahl maximal ist.

