Klausur: **11022**

Prüfung: **Produktion, Logistik und Operations Research** **SS 2009**

Prüfer: **Prof. Dr. Karl Inderfurth**

Prüfungsbogen

Vom Klausurteilnehmer auszufüllen!

Name, Vorname	:
Fakultät	:
Matrikelnummer	:

Hinweise:
Verwenden Sie für Ihre Berechnungen (sofern notwendig) die beigefügte Leerseite 2 und tragen Sie anschließend das gesuchte Ergebnis in der dafür vorgesehenen Stelle im Prüfungsbogen ein. **Es werden nur diese Eintragungen bewertet.** Der Prüfungsbogen ist nach dem Ende der Klausur mit Namen, Fakultät und Matrikelnummer beschriftet abzugeben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Dieser Klausurteil besteht aus 11 Seiten und einer Leerseite für eventuell benötigte Nebenrechnungen.

Bemerkung zu den Multiple-Choice-Aufgaben:
Korrekt gesetzte Kreuze erhalten eine positive Punktzahl. Falsche Antworten werden negativ bewertet und innerhalb von Teilaufgaben mit Richtigen verrechnet. Eine Punktzahl von Null kann dabei innerhalb einer Teilaufgabe nicht unterschritten werden.

Zugelassene Hilfsmittel:
Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion.

Punkteverteilung:

Aufgabe 1:	15 Punkte
Aufgabe 2:	12 Punkte
Aufgabe 3:	13 Punkte
Aufgabe 4:	10 Punkte
Aufgabe 5:	10 Punkte
insgesamt:	**60 Punkte**

Nur für den Prüfer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	insgesamt
Punkte						

Note: ___________________

Unterschrift:

Nebenrechnungen:

Aufgabe 1: Produktionstheorie (15 Punkte)

Zwei Systeme (A) und (B) mit linearer Technologie sind durch folgende Technologiematrizen beschrieben:

$$\text{System (A)}: \mathbf{Y_A} = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{System (B)}: \mathbf{Y_B} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Zeichnen Sie für jedes der beiden Systeme den IO-Graphen.

System (A)	System (B)

(b) Welche der genannten Strukturtypen von Technologien treffen jeweils zu?

Eigenschaft	System (A)	System (B)
1. outputseitig determiniert	☐	☐
2. Verfahrenswahl bei Faktornutzung	☐	☐
3. elementar	☐	☐
4. allgemein nicht elementar	☐	☐
5. einstufig	☐	☐
6. mehrstufig	☐	☐
7. Verfahrenswahl bei Outputherstellung	☐	☐
8. inputseitig determiniert	☐	☐

(c) Geben Sie die algebraischen Modelle der durch die Grundaktivitäten beschriebenen Technologien an.

System (A)	System (B)

(d)

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	wahr	falsch
• Bei inputseitig determinierter Produktion lassen sich faktorspezifische Stückerlöse eindeutig ermitteln.	☐	☐
• Jeder technisch effiziente Prozess muss auch ökonomisch effizient sein.	☐	☐
• Eine lineare Erfolgsfunktion besitzt unter anderem die Eigenschaft der Additivität.	☐	☐

Aufgabe 2: Lineare Optimierung (12 Punkte)

Das LOP

$$\text{Max} \quad Z = 2x_1 + 4x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad \begin{aligned} x_1 + \quad x_2 &\leq 400 \quad (1) \\ 10x_1 + 30x_2 &\leq 6000 \quad (2) \\ x_2 &\leq 150 \quad (3) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

modelliert das folgende Entscheidungsproblem: Ein Gärtner möchte einen 400 m² großen Garten mit Rosen und/oder Nelken bepflanzen. Er möchte maximal 6.000 € an Arbeits- und Materialkosten aufwenden und höchstens 150 m² für Nelken reservieren. Arbeits- und Materialkosten betragen für Rosen 10 € und für Nelken 30 € pro m². Schließlich fallen für Rosen 2 € und für Nelken 4 € Gewinn pro m² an.

Der Gärtner möchte wissen, wie viele m² er mit jeder Sorte bepflanzen soll, damit sein Gesamtgewinn maximiert wird. Die Entscheidungsvariablen haben folgende Bedeutung:

x_1: mit Rosen zu bepflanzende Fläche (in m²), x_2: mit Nelken zu bepflanzende Fläche (in m²)

Die Lösung des LOPs mit dem Simplex-Verfahren führt auf folgendes Endtableau:

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
x_5	0	0	1: 1/2	-1/20	1	2: 50
x_1	1	0	3: 3/2	-1/20	0	300
x_2	0	1	-1/2	1/20	0	4: 100
ZF	0	5: 0	1	6: 1/10	0	1000

(a) Welche konkrete Bedeutung haben für den Gärtner die sechs Zahlen in den dunkel getönten Tabellenfeldern? Formulieren Sie diese Angaben so, dass auch ein Gärtner sie versteht.

Zahl	Bedeutung
1: 1/2	
2: 50	
3: 3/2	
4: 100	
5: 0	
6: 1/10	

(b) Der Gewinn pro m^2 beträgt für Nelken 4 €. Um wie viel € darf dieser Gewinn maximal nach oben und nach unten von diesem Betrag abweichen, ohne dass sich die optimalen Werte für die Anbaufläche aus Aufgabenteil (a) ändern?

- Abweichung nach oben: ☐ €
- Abweichung nach unten: ☐ €

(c)

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	wahr	falsch
• Das Auftreten einer Nicht-Basisvariabeln mit einem Wert von null deutet darauf hin, dass das LOP keine eindeutige optimale Lösung besitzt.	☐	☐
• Für jedes LOP in Normalform lässt sich eine zulässige Basislösung finden, indem man alle Strukturvariablen gleich null setzt.	☐	☐
• Das duale LOP zum LOP aus Aufgabenteil (a) besitzt genau 3 Nebenbedingungen (ohne Nicht-Negativitätsbedingungen).	☐	☐

Aufgabe 3: Produktionsmanagement (13 Punkte)

Im Rahmen einer dynamischen Losgrößenplanung sollen die Kosten für Losauflagen und Lagerhaltung über einen Zeitraum von 3 Wochen minimiert werden, wobei in diesen Wochen folgende Nachfragen (in Stück) erwartert werden:

Woche	1	2	3
Nachfrage	10	20	30

Zu Beginn der 1. Woche ist ein Lagerbestand von 5 Stück vorhanden, am Ende der 3. Woche sollen gleichfalls 5 Stück auf Lager liegen. Die Fixkosten der Losbildung betragen 700 €, während an Lagerhaltungskosten pro Woche und Stück 20 € (bezogen auf den Bestand am Wochenende) anfallen.
Ihre Aufgabe besteht darin, das beschriebene Problem mit den angegebenen Daten als Problem der Linearen Optimierung zu formulieren. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

(a) Führen Sie die zur Modellierung erforderlichen Variablen mit von Ihnen zu wählenden Symbolen ein und beschreiben Sie die inhaltliche Bedeutung dieser Variablen!

Variablen:

(b) Die zu minimierenden Gesamtkosten werden mit K bezeichnet. Stellen Sie unter Verwendung der oben angegebenen Problemdaten die Zielfunktion auf!

Zielfunktion:

(c) Beschreiben Sie unter Verwendung der oben angegebenen Problemdaten alle Nebenbedingungen des Optimierungsproblems!

Nebenbedingungen:

(d)

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	wahr	falsch
• Zur Durchführung der Zeitplanung im Rahmen einer Projektplanung benötigt man Informationen über die Reihenfolgebeziehungen zwischen den Projektvorgängen.	☐	☐
• Mithilfe des Dispositionsstufenverfahrens lässt sich der kritische Pfad in einem Netzplan bestimmen.	☐	☐
• Die Emanzipationsstrategie bei Beschäftigungsglättung ist in der Tendenz stärker mit Lagerhaltung verbunden als die Synchronisationsstrategie.	☐	☐
• Die Gesamtbedarfsmatrix kann mehr Elemente enthalten als die Direktbedarfsmatrix.	☐	☐

Aufgabe 4: Ganzzahlige Optimierung (10 Punkte)

Bei dem Rucksackproblem aus dem Vorlesungsskript geht es um die Frage, welche Bücher zur Nutzenmaximierung auf eine einsame Insel mitgenommen werden sollen, wenn das maximale Gesamtgewicht bei der Mitnahme beschränkt ist. Die Daten des Problems lauten wie folgt:

Beispiel „Die einsame Insel“:

Buch	1	2	3	4	5
Subjektiver Nutzen	10	12	24	12	23
Gewicht	5	6	12	7	12

Maximalgewicht: 25

Dieses Problem soll mithilfe eines lokalen Suchverfahrens in Form eines reinen Verbesserungsverfahrens gelöst werden. Als zulässige Ausgangslösung wird das Mitnehmen der Bücher Nr. 2 und 3 gewählt, die auf einen Gesamtnutzen von 36 führt. Diese Lösung lässt sich durch eine Binärzahlfolge

$\mathbf{x}^0$:	0	1	1	0	0

(mit „0“ für Mitnahme und „1“ für Nicht-Mitnahme des jeweiligen Buchs) darstellen.
Versteht man unter Nachbarlösungen alle Binärzahlfolgen mit genau einem Binärzahlwechsel, so ergeben sich zu $\mathbf{x}^0$ folgende 5 Nachbarn:

$\mathbf{x}^1$	1	1	1	0	0
$\mathbf{x}^2$	0	0	1	0	0
$\mathbf{x}^3$	0	1	0	0	0
$\mathbf{x}^4$	0	1	1	1	0
$\mathbf{x}^5$	0	1	1	0	1

	zulässig	Nutzen
$\mathbf{x}^1$		
$\mathbf{x}^2$		
$\mathbf{x}^3$		
$\mathbf{x}^4$		
$\mathbf{x}^5$		

(a) Untersuchen Sie die Lösungen $\mathbf{x}^1$ bis $\mathbf{x}^5$ auf Zulässigkeit (JA/NEIN) und ihren Gesamtnutzen und tragen Sie die Ergebnisse in die obige Tabelle ein!

(b) Welche Lösung $\mathbf{x}$ würde unter Beschränkung der Suche auf zulässige Lösungen die Startlösung für die 2. Iteration des Suchverfahrens sein unter Anwendung

- der Best-fit-Strategie: $\mathbf{x}$ =

- der First-fit-Strategie: $\mathbf{x}$ =

(c) Man könnte das lokale Suchverfahren nach der 1. Iteration abbrechen, um das dann vorliegende Ergebnis zur Optimierung nach dem Branch & Bound-Verfahren zu nutzen. Welchen Wert hätte in diesem Fall die untere Schranke $\underline{Z}$ für das B&B-Ausgangsproblem unter Verwendung

- der Best-fit-Lösung: $\underline{Z}$ =

- der First-fit-Lösung: $\underline{Z}$ =

(d)

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	wahr	falsch
• Kombinatorische Optimierungsprobleme haben immer eine endliche Anzahl an zulässigen Lösungen.	☐	☐
• Reihenfolgeprobleme lassen sich mithilfe von Binärvariablen modellieren.	☐	☐
• Das B&B-Verfahren findet immer dann die optimale Lösung, wenn das erste Teilproblem ausgelotet ist.	☐	☐
• Die Anwendung der MUB-Regel beim B&B-Verfahren führt immer in weniger Schritten auf eine erste zulässige Lösung als die Anwendung der FIFO-Regel.	☐	☐

Aufgabe 5: Logistikmanagement (10 Punkte)

Ein Unternehmen hat 3 Produktionsstätten *P*1, *P*2 und *P*3, aus denen 3 weltweit verteilte Distributionszentren D1, D2 und D3 beliefert werden. In den Produktionsstätten stehen die Produktmengen p_1, p_2 und p_3 zur Verfügung, während in den Distributionszentren die Mengen d_1, d_2 und d_3 benötigt werden. Für den Transport einer Produkteinheit von Produktionsstandort *Pi* zu Distributionsstandort *Dj* $(i, j = 1,2,3)$ treten Kosten in Höhe von c_{ij} auf. Die Kostensätze sind der folgenden Tabelle zu entnehmen, in der auch die Produktmengen p_i und Bedarfsmengen d_j eingetragen sind:

	*D*1	*D*2	*D*3	p_i
*P*1	9	8	7	10
*P*2	6	5	4	20
*P*3	3	2	1	30
d_j	35	20	5	

Das Unternehmen sucht den Transportplan, der die gesamten Transportkosten zur Belieferung aller Distributionszentren minimiert.

(a) Dieses Problem lässt sich als klassisches Transportproblem modellieren. Bezeichnen Sie die Transportmengenvariablen für die Lieferung von *Pi* nach *Dj* mit x_{ij} und geben Sie unter Verwendung der obigen Zahlenangaben die 6 Nebenbedingungen (ohne Nicht-Negativitätsbedingungen) für dieses Modell an!

NB 1:

NB 2:

NB 3:

NB 4:

NB 5:

NB 6:

Problemdaten:

	*D*1	*D*2	*D*3	p_i
*P*1	9	8	7	10
*P*2	6	5	4	20
*P*3	3	2	1	30
d_j	35	20	5	

(b) Lösen Sie das Transportproblem mit der Matrixminimum-Methode und tragen Sie die Lösung für die Transportmengen in das folgende Transporttableau ein:

	*D*1	*D*2	*D*3	p_i
*P*1				10
*P*2				20
*P*3				30
d_j	35	20	5	

(c) Führen Sie zur Lösung des Transportproblems die erste Iteration nach der MODI-Methode durch und starten Sie dabei mit der Transportmengenlösung aus der folgenden Tabelle:

	*D*1	*D*2	*D*3	u_i
*P*1		5	5	
*P*2	5	15		
*P*3	30			
v_j				

Prüfen Sie, ob eine weitere Iteration notwendig ist!

(<u>*Lösungshinweis:*</u> Berechnen Sie die Dualvariablen u_i und v_j und tragen Sie diese in die obige Tabelle ein. Berechnen Sie auf dieser Basis die Opportunitätskosten der Nicht-Basisvariablen und tragen Sie diese ebenfalls in die Tabelle ein.)