Klausur: **11022**

Prüfung: **Produktion, Logistik und Operations Research** **SS 2010**

Prüfer: **Prof. Dr. Karl Inderfurth**

Prüfungsbogen

Vom Klausurteilnehmer auszufüllen!

Name, Vorname	:
Fakultät	:
Matrikelnummer	:

Hinweise:
Verwenden Sie für Ihre Berechnungen (sofern notwendig) die beigefügte Leerseite 2 und tragen Sie anschließend das gesuchte Ergebnis in der dafür vorgesehenen Stelle im Prüfungsbogen ein. **Es werden nur diese Eintragungen bewertet.** Der Prüfungsbogen ist nach dem Ende der Klausur mit Namen, Fakultät und Matrikelnummer beschriftet abzugeben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Dieser Klausurteil besteht aus 11 Seiten inklusive einer Leerseite für eventuell benötigte Nebenrechnungen.

Bemerkung zu den Multiple-Choice-Aufgaben:
Korrekt gesetzte Kreuze erhalten eine positive Punktzahl. Falsche Antworten werden negativ bewertet und innerhalb von Teilaufgaben mit Richtigen verrechnet. Eine Punktzahl von Null kann dabei innerhalb einer Teilaufgabe nicht unterschritten werden.

Zugelassene Hilfsmittel:
Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion.

Punkteverteilung:

Aufgabe 1:	15	Punkte
Aufgabe 2:	10	Punkte
Aufgabe 3:	12	Punkte
Aufgabe 4:	13	Punkte
Aufgabe 5:	10	Punkte
insgesamt:	**60**	**Punkte**

Note: __________

Unterschrift: __________

Nur für den Prüfer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	insgesamt
Punkte						

Nebenrechnungen:

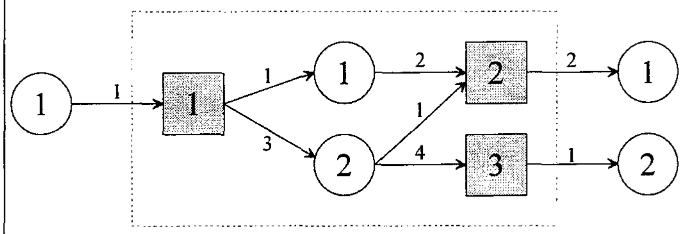
Aufgabe 1: Produktionstheorie (15 Punkte)

Gegeben seien zwei Systeme (A) und (B) mit linearer Technologie.

(a) Ergänzen Sie die jeweils fehlende Information für die Systeme (A) und (B), d.h. ermitteln Sie die Technologiematrix aus dem gegebenen IO-Graphen für System (A) und zeichnen Sie den IO-Graphen aus der gegebenen Technologiematrix für System (B).

Technologiematrix System (A)

IO-Graph System (A)



Technologiematrix System (B)

$$\mathbf{Y}_B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

IO-Graph System (B)

(b) Welche der genannten Strukturtypen von Technologien treffen jeweils zu?

Eigenschaft	1. Verfahrenswahl bei Faktornutzung	2. Verfahrenswahl bei Outputherstellung	3. inputseitig determiniert	4. outputseitig determiniert
System (A)	☐	☐	☐	☐
System (B)	☐	☐	☐	☐

Eigenschaft	5. einstufig	6. mehrstufig	7. elementar	8. allgemein nicht elementar
System (A)	☐	☐	☐	☐
System (B)	☐	☐	☐	☐

(c) Geben Sie die algebraischen Modelle der durch die Grundaktivitäten beschriebenen Technologien an.

System (A)	System (B)

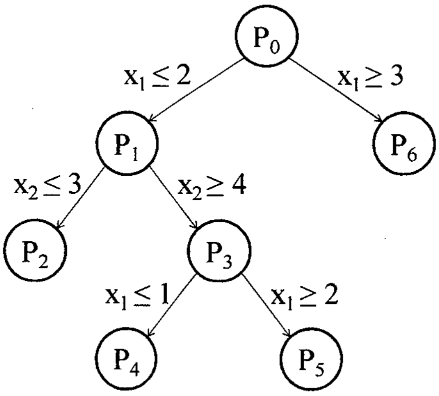
(d) Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	**wahr**	**falsch**
• Eine nicht-elementare Technologie kann niemals gleichzeitig input- und outputseitig determiniert sein.	☐	☐
• Eine mehrstufige Technologie mit n Stufen muss stets zumindest n - 1 Zwischenprodukte enthalten.	☐	☐
• Jeder technisch effiziente Prozess muss auch ökonomisch effizient sein.	☐	☐

Aufgabe 2: Ganzzahlige Optimierung (10 Punkte)

Das folgende ganzzahlige Maximierungsproblem mit zwei Variablen und drei Nebenbedingungen soll mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens gelöst werden:

$$\begin{array}{rrl} \text{Max } Z= & x_1 + 1{,}75x_2 & \\ & x_1 + \quad 2x_2 & \leq 9{,}25 \\ & 3x_1 + \quad 2x_2 & \leq 14{,}5 \\ & x_2 & \leq \quad 4 \\ & x_1, x_2 & \geq \quad 0 \text{ und ganzzahlig} \end{array}$$

Nachdem alle Teilprobleme mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens ausgelotet sind, ergibt sich der links stehende Lösungsbaum. Die dazugehörige Tabelle gibt die Lösungen aller relaxierten Teilprobleme an:



Teilproblem	x_1	x_2	Z
P_0	2,625	3,3125	≈ 8,42
P_1	2	3,625	≈ 8,34
P_2	2	3	7,25
P_3	1,25	4	8,25
P_4	1	4	8
P_5	LOP-Lösung existiert nicht		
P_6	3	2,75	≈ 7,81

(a) Wie lautet die optimale Lösung des ganzzahligen Problems?

x_1*=	x_2*=	Z*=	

(b) Welche der Freiheitsgrade der Problemzerlegung treffen auf den obigen Branch&Bound-Baum zu, wenn die Knoten entsprechend ihrer Nummerierung abgearbeitet werden?

Reihenfolge der Auswahl	Reihenfolge der Untersuchung	Zerlegung von Teilproblemen
☐ LIFO ☐ FIFO ☐ MUB	☐ gerundeter Wert zuerst ☐ gerundeter Wert zuletzt ☐ aufsteigend ☐ absteigend	☐ Variable mit größtem Abstand zur nächsten ganzen Zahl ☐ Variable mit kleinstem Abstand zur nächsten ganzen Zahl

(c) Erläutern Sie kurz für die ausgeloteten Knoten des obigen Lösungsbaums, warum sie nicht weiter verzweigt werden müssen.

P_2
P_4
P_5
P_6

Aufgabe 3: Lineare Optimierung (12 Punkte)

Das LOP

$$\text{Max} \quad Z=12x_1+8x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad \begin{aligned} 4x_1 + 2x_2 &\leq 80 \quad (1)\\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 100 \quad (2)\\ 5x_1 + x_2 &\leq 75 \quad (3)\\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

modelliert das folgende Entscheidungsproblem: Ein Werkzeugunternehmen stellt zwei Typen von Werkzeugen (Typ Premium und Typ Standard) her, die jeweils drei Fertigungsstufen (Teilefertigung, Vormontage, Endmontage) zu durchlaufen haben. Für Typ Premium fallen 12 € und für Typ Standard 8 € Stückgewinn an. Zur Fertigung stehen in der Teilefertigung 80 Maschinenstunden (MS), in der Vormontage 100 MS und in der Endmontage 75 MS zur Verfügung. Die Fertigungsstufen werden durch die beiden Produkttypen folgendermaßen kapazitätsmäßig (in MS pro Stück) belastet:

	Teilefertigung	**Vormontage**	**Endmontage**
Typ Premium	4	2	5
Typ Standard	2	3	1

Das Unternehmen möchte wissen, wie viel Stück es von den beiden Produkttypen herstellen soll, damit sein Gesamtgewinn maximiert wird. Die Entscheidungsvariablen haben folgende Bedeutung:

x_1: Produktionsmenge (in Stück) von Typ Premium, x_2: Produktionsmenge (in Stück) von Typ Standard

Die Lösung des LOPs mit dem Simplex-Verfahren führt auf folgendes Endtableau:

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
x_2	0	1	-1/4	1/2	0	1 **30**
x_5	0	0	-13/8	2 **3/4**	1	20
x_1	1	0	3/8	-1/4	0	5
ZF	3 **0**	0	4 **5/2**	**1**	0	300

(a) Welche konkrete Bedeutung haben für das Unternehmen die vier fett gedruckten Zahlen in den dunkel getönten Tabellenfeldern? Formulieren Sie diese Angaben so, dass auch ein nicht akademisch gebildeter Produktionsplaner sie versteht.

Zahl	**Bedeutung**
1 **30**	
2 **3/4**	
3 **0**	
4 **5/2**	

(b) Für ein klassisches Transportproblem mit 2 Absenderorten (A, B) und 3 Nachfrageorten (K, L, M) enthält die folgende Tabelle die zugehörigen Transportkostensätze sowie die Angebots- und Nachfragemengen:

von \ nach	K	L	M	Angebotsmengen
A	6	4	4	11
B	2	3	5	13
Nachfragemengen	6	4	14	

Bei Lösung nach der Nordwestecken-Regel lauten die Transportmengenvariablen:
$x_{AK}=6$, $x_{AL}=4$, $x_{AM}=1$, $x_{BK}=0$, $x_{BL}=0$, $x_{BM}=13$.

Prüfen Sie unter Verwendung eines ersten Iterationsschritts der MODI-Methode, ob die Lösung nach der Nordwestecken-Regel optimal sein kann. Ermitteln Sie dazu zunächst die Werte der Dualvariablen u_i und v_j bei gegebener Basislösung nach Nordwestecken-Regel und prüfen Sie daraufhin die Opportunitätskosten der Nichtbasisvariablen. Verwenden Sie das unten stehende Tableau:

	K	L	M	u_i
A				
B				
v_j				

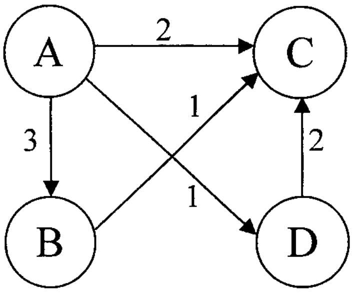
(c) Lösen Sie das Problem aus (b) mithilfe der Matrixminimum-Methode und geben Sie dabei auch die Transportkosten der Lösung an. Verwenden Sie für die Angaben der Transportmengen das unten stehende Transporttableau.

	K	L	M	
A				11
B				13
	6	4	14	

Transportkosten:

Aufgabe 4: Produktionsmanagement (13 Punkte)

(a) Gegeben ist der folgende Gozinto-Graph mit 4 Erzeugnissen:



Achten Sie auf die Pfeilrichtungen und geben Sie für die 4 Erzeugnisse die zugehörigen Dispositionsstufen (beginnend mit Stufe 0) an:

Erzeugnis	A	B	C	D
Dispositionsstufe				

Geben Sie für den Erzeugniszusammenhang die Direkt- und Gesamtbedarfsmatrix an, indem Sie die entsprechenden Angaben in die folgenden Tabellen eintragen:

Direktbedarfsmatrix:

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Gesamtbedarfsmatrix:

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Wie groß ist der gesamte Nettobedarf für die 4 Erzeugnisse, wenn die unten angegebenen Primärbedarfe vorliegen und keine Vorlaufzeiten gegeben sind? Unterscheiden Sie dabei den Fall, dass keine Anfangsbestände (AB) vorliegen sowie den Fall, dass von Erzeugnis C ein Anfangsbestand von 2 Stück vorhanden ist. Tragen Sie die Ergebnisse in die unten stehende Tabelle ein.

		Fall 1		***Fall 2***	
Erzeugnis	Primärbedarf	AB	Nettobedarf	AB	Nettobedarf
A	0	0		0	
B	1	0		0	
C	5	0		2	
D	0	0		0	

(b) Gegeben ist dasselbe Beschäftigungsglättungsproblem der Fahrradproduktion wie im Vorlesungsskript, wobei nur über 3 Teilperioden ($t = 1, 2, 3$) geplant werden muss und folgende Ausgangsdaten vorliegen:

Zwei Produkttypen : $k \in \{A,B\}$ → Fahrradtyp **A** und **B**
Zwei Ressourcentypen : $r \in \{P,M\}$ → **P**ersonal und **M**aschinen

	Nachfrage in $t=1$	Nachfrage in $t=2$	Nachfrage in $t=3$	Anfangs-lagerbestand	Lagerkosten-satz
A	30	30	20	20	1
B	40	20	30	0	1

	Produktionskoeffizient für A	Produktionskoeffizient für B	Grund-kapazität	Maximale Zusatzkapazität	Kostensatz für Zusatzkapazität
P	1	2	70	20	5
M	2	1	70	10	10

Führen Sie eine Produktionsplanung unter Anwendung einer Synchronisationsstrategie durch und tragen Sie die entsprechenden Ergebnisse in die unten stehenden Tabellen ein.

Periode	Produktion A	End-Lager A	Produktion B	End-Lager B
0				
1				
2				
3				

Periode	Kapazitätsnutzung: Personal-kapazität	P-Zusatz-kapazität	Maschinen-kapazität	M-Zusatz-kapazität
1				
2				
3				

Gesamtkosten bei Synchronisation:

Wie viele Entscheidungsvariablen müssen insgesamt eingeführt werden, um das oben beschriebene Beschäftigungsglättungsproblem als LOP zu formulieren?

Anzahl der Variablen:

Aufgabe 5: Logistikmanagement (10 Punkte)

(a) Gehen Sie von folgendem Modell zur Standortplanung mit 2 potenziellen Standorten (1 und 2) und 3 Kunden (1 bis 3) aus:

$$\text{Min } K = 3x_{11} + 1x_{12} + 2x_{13} + 2x_{21} + 3x_{22} + 1x_{23} + 30y_1 + 30y_2$$

u.d.N.

$$\begin{aligned} &x_{11} + x_{21} = 10, \quad && x_{11} \leq 10y_1, \quad && x_{21} \leq 10y_2 \\ &x_{12} + x_{22} = 20, && x_{12} \leq 20y_1, && x_{22} \leq 20y_2 \\ &x_{13} + x_{23} = 25, && x_{13} \leq 25y_1, && x_{23} \leq 25y_2 \\ &x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ &y_1, y_2 \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die optimale Lösung, indem Sie für alle zulässigen Standortkombinationen die optimalen Werte der Transportvariablen und die zugehörigen Gesamtkosten ermitteln. Tragen Sie die gesuchten Werte in die unten stehende Tabelle ein.

y_1	y_2	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	Kosten K
1	0							
0	1							
1	1							

Optimale Standortentscheidung: $y_1^* =$ $y_2^* =$

Geben Sie die Nebenbedingung an, um die das oben stehende LOP erweitert werden muss, wenn vorgegeben ist, dass nur genau ein einziger Standort ausgewählt werden soll.

Nebenbedingung:

(b)

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	**wahr**	**falsch**
• Das Standardproblem der Ermittlung der optimalen statischen Losgröße ist ein nicht-lineares Optimierungsproblem.	☐	☐
• Das sog. Rucksackproblem lässt sich sowohl mittels Ganzzahliger Linearer Optimierung als auch mittels Dynamischer Optimierung lösen.	☐	☐
• Mithilfe der (s, q)-Regel lässt sich das Rundreiseproblem heuristisch lösen.	☐	☐
• Das Standard-Planungsmodell der zweistufigen Transportplanung berücksichtigt keine Sammelbelieferung von Kunden.	☐	☐
• Der Sicherheitsbestand beim Zeitungsjungenproblem muss immer mindestens so groß sein wie die mittlere Nachfrage.	☐	☐