Klausur: **11022**

Prüfung: **Produktion, Logistik und Operations Research** **WS 2010/2011**

Prüfer: **Prof. Dr. Karl Inderfurth**

# Prüfungsbogen

**Vom Klausurteilnehmer auszufüllen!**

| | |
|---|---|
| Name, Vorname | : |
| Fakultät | : |
| Matrikelnummer | : |

**Hinweise:**
Verwenden Sie für Ihre Berechnungen (sofern notwendig) die beigefügte Leerseite 2 und tragen Sie anschließend das gesuchte Ergebnis in der dafür vorgesehenen Stelle im Prüfungsbogen ein. **Es werden nur diese Eintragungen bewertet.** Der Prüfungsbogen ist nach dem Ende der Klausur mit Namen, Fakultät und Matrikelnummer beschriftet abzugeben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Dieser Klausurteil besteht aus 10 Seiten inklusive einer Leerseite für eventuell benötigte Nebenrechnungen.

**Bemerkung zu den Multiple-Choice-Aufgaben:**
Korrekt gesetzte Kreuze erhalten eine positive Punktzahl. Falsche Antworten werden negativ bewertet und innerhalb von Teilaufgaben mit Richtigen verrechnet. Eine Punktzahl von Null kann dabei innerhalb einer Teilaufgabe nicht unterschritten werden.

**Zugelassene Hilfsmittel**:
Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion.
Bitte nutzen Sie für Ihre Eintragungen keinen Bleistift!

**Punkteverteilung:**

| | | |
|---|---|---|
| Aufgabe 1: | 15 | Punkte |
| Aufgabe 2: | 10 | Punkte |
| Aufgabe 3: | 12 | Punkte |
| Aufgabe 4: | 13 | Punkte |
| Aufgabe 5: | 10 | Punkte |
| **insgesamt:** | **60** | **Punkte** |

***Note:*** ___________

***Unterschrift:*** ___________

**Nur für den Prüfer:**

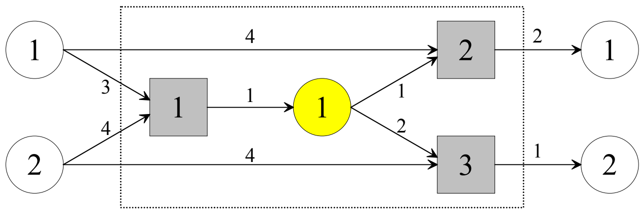
| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | insgesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | | | |

***Nebenrechnungen:***

**Aufgabe 1: Produktionstheorie** (15 Punkte)

Gegeben seien zwei Systeme (A) und (B) mit linearer Technologie.

(a) Ergänzen Sie die jeweils fehlende Information für die Systeme (A) und (B), d.h. zeichnen Sie den IO-Graphen aus der gegebenen Technologiematrix für System (A) und ermitteln Sie die Technologiematrix aus dem gegebenen IO-Graphen für System (B).

| Technologiematrix System (A) | IO-Graph System (A) |
|---|---|
| $$\mathbf{Y}_A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$ | |
| Technologiematrix System (B) | IO-Graph System (B)   |

(b) Welche der genannten Strukturtypen von Technologien treffen jeweils zu?

| Eigenschaft | 1. Verfahrenswahl bei Faktornutzung | 2. Verfahrenswahl bei Outputherstellung | 3. inputseitig determiniert | 4. outputseitig determiniert |
|---|---|---|---|---|
| System (A) | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| System (B) | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

| Eigenschaft | 5. einstufig | 6. mehrstufig | 7. elementar | 8. allgemein nicht elementar |
|---|---|---|---|---|
| System (A) | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| System (B) | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

(c) Geben Sie die algebraischen Modelle der durch die Grundaktivitäten beschriebenen Technologien an.

| System (A) | System (B) |
|---|---|
| | |

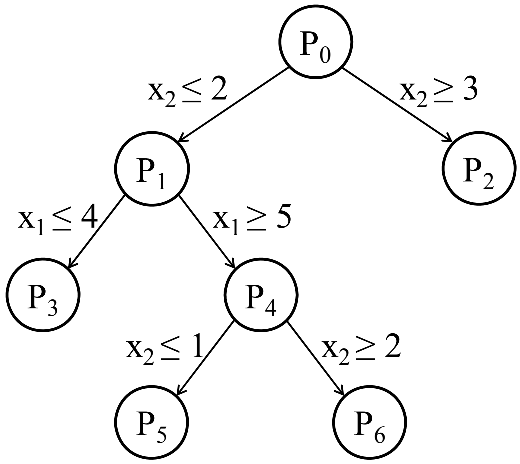
| (d) Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind: | **wahr** | **falsch** |
|---|---|---|
| • Eine elementare Technologie ist stets einstufig. | ☐ | ☐ |
| • Bei outputseitig determinierter Produktion lassen sich stets produktspezifische Stückkosten bestimmen. | ☐ | ☐ |
| • Ökonomische Effizienz impliziert, dass keine Wertverschwendung vorliegt. | ☐ | ☐ |

## Aufgabe 2: Ganzzahlige Optimierung (10 Punkte)

Das folgende ganzzahlige Maximierungsproblem mit zwei Variablen und drei Nebenbedingungen soll mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens gelöst werden:

$$
\begin{array}{rrll}
\text{Max } Z= 5x_1 + & 8x_2 & & \\
8x_1 + & 4x_2 \leq & 48 & (1) \\
9x_1 + & 9x_2 \leq & 58{,}5 & (2) \\
2x_1 + & 5x_2 \leq & 20 & (3) \\
 & x_2 \leq & 3 & (4) \\
 & x_1, x_2 \geq & 0 \text{ und ganzzahlig} & (5)
\end{array}
$$

Nachdem alle Teilprobleme mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens ausgelotet sind, ergibt sich der links stehende Lösungsbaum. Dabei wurden die Knoten entsprechend ihrer Nummerierung abgearbeitet. Die dazugehörige Tabelle gibt die Lösungen aller relaxierten Teilprobleme an. Ergänzen Sie zunächst die ***drei fehlenden*** Werte (schattierte Felder) in dieser Tabelle:




| Teilproblem | $x_1$ | $x_2$ | Z |
|---|---|---|---|
| **$P_0$** | 25/6 | 7/3 | |
| **$P_1$** | 4,5 | 2 | 38,5 |
| **$P_2$** | LOP-Lösung existiert nicht | | |
| **$P_3$** | 4 | 2 | 36 |
| **$P_4$** | 5 | | 37 |
| **$P_5$** | | 1 | 35,5 |
| **$P_6$** | LOP-Lösung existiert nicht | | |

(a) Wie lautet die optimale Lösung des ganzzahligen Problems?

**$x_1$*=** **$x_2$*=** **Z*=**

(b) Prüfen Sie, welche Restriktionen im Optimum vollständig ausgeschöpft sind?

(c) Erläutern Sie kurz für die ausgeloteten Knoten des obigen Lösungsbaums, warum sie nicht weiter verzweigt werden müssen. Die Angabe des entsprechenden Falls genügt nicht zur Erläuterung.

| | |
|---|---|
| $P_2$ | |
| $P_3$ | |
| $P_5$ | |
| $P_6$ | |

**Aufgabe 3: Lineare Optimierung** (12 Punkte)

Das LOP

$$\begin{array}{llrcrl}
\text{Max} & Z = & x_1 + 2x_2 & & & \\
\text{u.d.N.} & & & & & \\
& & x_1 + \phantom{9}x_2 & \leq & 100 & (1) \\
& & 6x_1 + 9x_2 & \leq & 720 & (2) \\
& & x_2 & \leq & 60 & (3) \\
& & x_1,\ x_2 & \geq & 0 &
\end{array}$$

modelliert das folgende Entscheidungsproblem:

Ein Gärtner möchte einen 100 $m^2$ großen Garten mit Rosen und/oder Nelken bepflanzen. Er möchte maximal 720 € an Arbeits- und Materialkosten investieren und höchstens 60 $m^2$ für Nelken reservieren. Weitere Daten des Problems enthält die folgende Tabelle:

| | **Rosen** | **Nelken** |
|---|---|---|
| Arbeits- und Materialkosten (in €/$m^2$) | 6 | 9 |
| Gewinn (in €/$m^2$) | 1 | 2 |

Der Gärtner möchte wissen, wie viele $m^2$ er mit jeder Sorte bepflanzen soll, damit sein Gesamtgewinn maximiert wird. Die Entscheidungsvariablen haben folgende Bedeutung:

$x_1$: mit Rosen zu bepflanzende Fläche (in $m^2$)
$x_2$: mit Nelken zu bepflanzende Fläche (in $m^2$)

Die Lösung des LOPs mit dem Simplex-Verfahren führt auf folgendes Endtableau:

| **Basis** | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | Z | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_3$ | 0 | 0 | 1 | 1 **-1/6** | 1/2 | 0 | 3 **10** |
| $x_1$ | 1 | 0 | 0 | 2 **1/6** | -3/2 | 0 | 4 **30** |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 60 |
| ZF | 0 | 0 | 0 | 1/6 | 1/2 | 1 | 150 |

(a) Welche konkrete Bedeutung haben für den Gärtner die vier Zahlen in den dunkel getönten Tabellenfeldern? Formulieren Sie diese Angaben so, dass auch ein Gärtner sie versteht.

| **Zahl** | **Bedeutung** |
|---|---|
| 1 **-1/6** | |
| 2 **1/6** | |
| 3 **10** | |
| 4 **30** | |

(b) Für ein klassisches Transportproblem mit 2 Absenderorten (A, B) und 3 Nachfrageorten (K, L, M) enthält die folgende Tabelle die zugehörigen Transportkostensätze sowie die Angebots- und Nachfragemengen:

| nach / von | K | L | M | Angebots-mengen |
|---|---|---|---|---|
| A | 5 | 2 | 3 | 13 |
| B | 4 | 6 | 4 | 11 |
| Nachfragemengen | 14 | 6 | 4 | |

Bei Lösung nach der Nordwestecken-Regel lauten die Transportmengenvariablen:
$x_{AK}=13$, $x_{AL}=0$, $x_{AM}=0$, $x_{BK}=1$, $x_{BL}=6$, $x_{BM}=4$.

Prüfen Sie unter Verwendung eines ersten Iterationsschritts der MODI-Methode, ob die Lösung nach der Nordwestecken-Regel optimal sein kann. Ermitteln Sie dazu zunächst die Werte der Dualvariablen $u_i$ und $v_j$ bei gegebener Basislösung nach Nordwestecken-Regel und prüfen Sie daraufhin die Opportunitätskosten der Nichtbasisvariablen. Verwenden Sie das unten stehende Tableau:

| | K | L | M | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|
| A | | | | |
| B | | | | |
| $v_j$ | | | | |

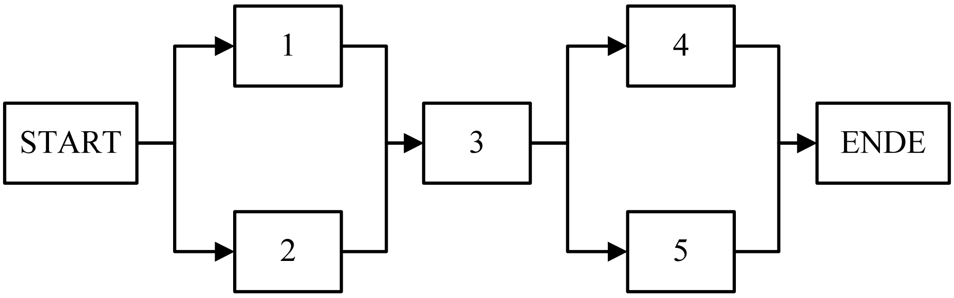
(c) Lösen Sie das Problem aus (b) mithilfe der Matrixminimum-Methode und geben Sie dabei auch die Transportkosten der Lösung an. Verwenden Sie für die Angaben der Transportmengen das unten stehende Transporttableau.

| | K | L | M | |
|---|---|---|---|---|
| A | | | | 13 |
| B | | | | 11 |
| | 14 | 6 | 4 | |

Transportkosten:

**Aufgabe 4: Produktionsmanagement** (13 Punkte)

(a) Gegeben ist der folgende MPM-Netzplan, der von einem Startvorgang ausgeht und mit einem Endvorgang abschließt.



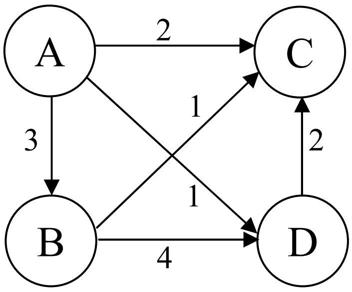

Die 5 eigentlichen Projektvorgänge sind mit ihren Vorgangsdauern in der folgenden Tabelle aufgeführt. Ergänzen Sie die Tabelle um die frühestmöglichen (FAZ, FEZ) und spätestzulässigen (SAZ, SEZ) Anfangs- und Endzeitpunkte aller Vorgänge. Ermitteln Sie die Gesamtpufferzeit (GP) und kreuzen Sie an, ob die einzelnen Vorgänge auf dem kritischen Weg liegen oder nicht.
Gehen Sie davon aus, dass gilt: $FEZ_{ENDE} = SEZ_{ENDE}$.

| **Vorgang** | **Dauer** | **FAZ** | **FEZ** | **SAZ** | **SEZ** | **GP** | **kritisch** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | **ja** | **nein** |
| **START** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | ☐ | ☐ |
| **1** | 5 | | | | | | ☐ | ☐ |
| **2** | 4 | | | | | | ☐ | ☐ |
| **3** | 3 | | | | | | ☐ | ☐ |
| **4** | 2 | | | | | | ☐ | ☐ |
| **5** | 1 | | | | | | ☐ | ☐ |
| **ENDE** | 0 | | | | | | ☐ | ☐ |

(b)

| Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind: | **wahr** | **falsch** |
|---|---|---|
| • Das taktische Produktionsmanagement dient der Vorbereitung und Durchführung des Produktionsvollzugs. | ☐ | ☐ |
| • Zur Durchführung der verbrauchsorientierten Materialbedarfsplanung wurde die Best fit-Strategie entwickelt. | ☐ | ☐ |
| Das Verfolgen einer Emanzipationsstrategie bei Beschäftigungsglättung | | |
| • vermeidet Lagerbestände so weit wie möglich | ☐ | ☐ |
| • vermeidet Überstunden so weit wie möglich | ☐ | ☐ |

(c) Gegeben ist der folgende Gozinto-Graph mit 4 Erzeugnissen:




Geben Sie für den Erzeugniszusammenhang die Direkt- und Gesamtbedarfsmatrix an, indem Sie die entsprechenden Angaben in die folgenden Tabellen eintragen:

**Direktbedarfsmatrix:**

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| A | | | | |
| B | | | | |
| C | | | | |
| D | | | | |

**Gesamtbedarfsmatrix:**

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| A | | | | |
| B | | | | |
| C | | | | |
| D | | | | |

**Aufgabe 5: Logistikmanagement** (10 Punkte)

Die Einkaufsabteilung eines Handelsunternehmens bezieht bei einem Lieferanten zwei Artikel X und Y. Für jede Warenlieferung verlangt der Lieferant – unabhängig von der Anzahl der Artikel – eine fixe Lieferpauschale von 200 €. Aufgrund des konstanten Bedarfverlaufs für beide Artikel können die jeweiligen Bestellmengen unter Nutzung der klassischen Losgrößenformel ermittelt werden. Die wöchentlichen Bedarfe und Lagerkostensätze können der folgenden Tabelle entnommen werden.

| Artikel | X | Y |
|---|---|---|
| Bedarf [Stück/Woche] | 40 | 22 |
| Lagerkostensatz [€/Stück*Woche] | 0,10 | 0,05 |

(a) Ermitteln Sie die optimalen Beschaffungslose und Bestellintervalle für den Fall einer Einzelbestellung beider Artikel und gehen Sie dabei so vor, dass Sie die Bestellintervalle ggf. auf ganze Wochen runden. Tragen Sie die Ergebnisse in die folgende Tabelle ein.

**Einzelbestellung:**

| Artikel | X | Y |
|---|---|---|
| Bestellintervall [Wochen] | | |
| Losgrößen [Stück] | | |

(b) Welche Höhe hätten Beschaffungslosgrößen und die Gesamtkosten pro Woche, wenn das Unternehmen beide Artikel immer im Rahmen einer Sammelbestellung mit einem gemeinsamen Bestellintervall von 8 Wochen beschaffen würde? Tragen Sie die Ergebnisse wieder in die nachfolgende Tabelle ein.

**Sammelbestellung:**

| Artikel | X | Y |
|---|---|---|
| Losgrößen [Stück] | | |
| Gesamtkosten [€/Woche] | | |

(c)

| Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind: | **wahr** | **falsch** |
|---|---|---|
| Bei Losgrößenplanung für mehrere Artikel müssen die Kosten bei Sammelbestellung nicht unbedingt niedriger sein als die Kosten bei Einzelbestellung. | ☐ | ☐ |
| Mit dem Verfahren des nächsten Nachbarn lässt sich das Problem der Routenplanung (Rundreiseproblem) stets optimal lösen. | ☐ | ☐ |