Klausur: **11022**

Prüfung: **Produktion, Logistik und Operations Research** **SS 2012**

Prüfer: **Prof. Dr. Karl Inderfurth**

# Prüfungsbogen

**Vom Klausurteilnehmer auszufüllen!**

| | | |
|---|---|---|
| Name, Vorname | : | |
| Fakultät | : | |
| Matrikelnummer | : | |

**Hinweise:**
Verwenden Sie für Ihre Berechnungen (sofern notwendig) die beigefügte Leerseite (S. 10) und tragen Sie anschließend das gesuchte Ergebnis in der dafür vorgesehenen Stelle im Prüfungsbogen ein. **Es werden nur diese Eintragungen bewertet.** Der Prüfungsbogen ist nach dem Ende der Klausur mit Namen, Fakultät und Matrikelnummer beschriftet abzugeben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Dieser Klausurteil besteht aus 10 Seiten inklusive einer Leerseite für eventuell benötigte Nebenrechnungen.

**Bemerkung zu den Multiple-Choice-Aufgaben:**
Für korrekt gesetzte Kreuze erhalten Sie 2 Punkte und für falsch gesetzte Kreuze 0 Punkte. Kreuzen Sie bei einer Aussage weder wahr noch falsch an, erhalten Sie dafür 1 Punkt.

**Zugelassene Hilfsmittel:**
Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion.

**Punkteverteilung:**

| | | |
|---|---|---|
| Aufgabe 1: | 14 | Punkte |
| Aufgabe 2: | 10 | Punkte |
| Aufgabe 3: | 15 | Punkte |
| Aufgabe 4: | 17 | Punkte |
| Aufgabe 5: | 14 | Punkte |
| **insgesamt:** | **70** | **Punkte** |

***Note:*** ____________

***Unterschrift:*** ____________

**Nur für den Prüfer:**

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | insgesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | | | |

## Aufgabe 1: Produktionstheorie (14 Punkte)

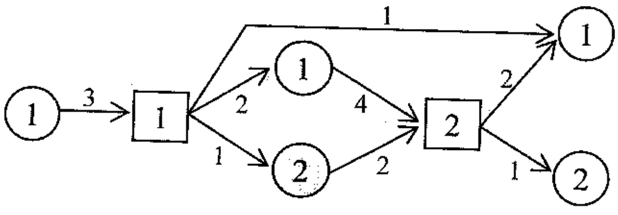
Gegeben seien zwei Systeme (A) und (B) mit linearer Technologie.

(a) Ermitteln Sie die Technologiematrix für **System (A)** ausgehend von dem gegebenen IO-Graphen und beantworten Sie die nebenstehenden Fragen.

**Technologiematrix System (A)**

$$\mathbf{Y}_A =$$

**IO-Graph System (A)**




Wie viele Stufen hat das System (A)?

Welche Strukturtypen von nicht-elementaren Technologien treffen zu?

(b) Geben Sie das algebraische Modell der durch die Technologiematrix von **System (B)** beschriebenen Technologie an.

**Technologiematrix System (B)**

$$\mathbf{Y}_B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Algebraisches Modell System (B)**

(c) Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

| | wahr | falsch |
|---|---|---|
| • Bei outputseitig determinierter Produktion lassen sich die Outputmengen als eindeutige Funktion der Inputmengen beschreiben. | ☐ | ☐ |
| • Eine lineare Erfolgsfunktion besitzt unter anderem die Eigenschaft der Additivität. | ☐ | ☐ |
| • Jeder ökonomisch effiziente Prozess muss auch technisch effizient sein. | ☐ | ☐ |

**Aufgabe 2: Ganzzahlige Optimierung** (10 Punkte)

Die Touristeninformation von Berlin bietet an 6 Wochentagen verschiedene Sightseeing-Touren (eine Tour pro Tag) durch die Stadt an. Für jede dieser Touren erhält die dafür eingesetzte Mitarbeiterin, welche die Gruppe am jeweiligen Wochentag durch die Stadt führt, **1€ pro Teilnehmer**. Nun soll die Planung für die Mitarbeiterin Vivian auf Basis der Anmeldedaten durchgeführt werden. Da diese nur einen Minijob bei der Touristeninformation hat, darf sie maximal **10 h** pro Woche arbeiten. Diese Arbeitszeit sollte möglichst gut ausgenutzt werden, damit Vivians Verdienst maximiert wird. Die Daten des Problems lauten wie folgt:

| Tag bzw. Tour-Nr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| angemeldete Teilnehmer | 15 | 10 | 9 | 18 | 13 | 16 |
| Dauer in h | 4 | 2 | 1 | 5 | 3 | 6 |

Dieses kombinatorische Optimierungsproblem soll mithilfe eines lokalen Suchverfahrens in Form eines reinen Verbesserungsverfahrens gelöst werden. Als zulässige Ausgangslösung werden Vivian die Touren Nr. 1 und 2 zugeordnet, die zu einem Verdienst von 25 € führen. Diese Lösung lässt sich durch eine Binärzahlfolge

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}^0$: | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(mit „1“ für Einsatz und „0“ für Nicht-Einsatz von Vivian) darstellen.
Versteht man unter Nachbarlösungen alle Binärzahlfolgen mit genau einem Binärzahlwechsel, so ergeben sich zu $\mathbf{x}^0$ folgende 6 Nachbarn:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}^1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\mathbf{x}^2$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\mathbf{x}^3$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $\mathbf{x}^4$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| $\mathbf{x}^5$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| $\mathbf{x}^6$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| | zulässig | Verdienst |
|---|---|---|
| $\mathbf{x}^1$ | | |
| $\mathbf{x}^2$ | | |
| $\mathbf{x}^3$ | | |
| $\mathbf{x}^4$ | | |
| $\mathbf{x}^5$ | | |
| $\mathbf{x}^6$ | | |

(a) Untersuchen Sie die Lösungen $\mathbf{x}^1$ bis $\mathbf{x}^6$ auf Zulässigkeit (JA/NEIN), ermitteln Sie den Gesamtverdienst und tragen Sie die Ergebnisse in die obige Tabelle ein!

(b) Im Folgenden werden die Lösungen in aufsteigender Nummerierung durchsucht.
Welche Lösung **x** würde unter Beschränkung der Suche auf zulässige Lösungen die Startlösung für die 2. Iteration des Suchverfahrens sein unter Anwendung

- der First-fit-Lösung: x =
- der Best-fit-Lösung: x =

(c) Man könnte das lokale Suchverfahren nach der 1. Iteration abbrechen, um das dann vorliegende Ergebnis zur Optimierung nach dem Branch & Bound-Verfahren zu nutzen. Welchen Wert hätte in diesem Fall die untere Schranke $\underline{Z}$ für das B&B-Ausgangsproblem unter Verwendung

- der First-fit-Lösung: $\underline{Z}$ =
- der Best-fit-Lösung: $\underline{Z}$ =

(d) Wie viele Entscheidungsvariablen sind für die Modellierung als Auswahlproblem nötig?

**Aufgabe 3: Lineare Optimierung** **(15 Punkte)**

Das LOP

$$\text{Max} \quad Z = 80x_1 + 120x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad \begin{aligned} 1x_1 + 0{,}5x_2 &\le 27 \; (1) \\ 0{,}5x_1 + 1x_2 &\le 30 \; (2) \\ 0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 &\le 18 \; (3) \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

modelliert das folgende Entscheidungsproblem: Die Firma DILL stellt Desktop-PCs und Laptops her, die bei Studenten sehr beliebt sind. Dabei erzielt die Firma mit einem PC einen Gewinn von 80 € und mit dem Verkauf eines Laptops 120 €: Die Produktion der beiden Produkttypen erfolgt in drei Schritten (Montage, Softwareinstallation, Qualitätsprüfung). Für die Montage stehen hierbei insgesamt 27 Stunden (h), für die Softwareinstallation 30 h und für die abschließende Qualitätsprüfung 18 h zur Verfügung. Diese einzelnen Schritte werden von den beiden Produkttypen folgendermaßen beansprucht:

| | Montage | Softwareinstallation | Qualitätsprüfung |
|---|---|---|---|
| Desktop-PCs | 1 | 0,5 | 0,5 |
| Laptops | 0,5 | 1 | 0,5 |

Die Firma Dill möchte die Produktionsmengen an Desktop-PCs und Laptops so wählen, dass der Gesamtgewinn maximiert wird. Die Entscheidungsvariablen haben folgende Bedeutung:

$x_1$: Produktionsmenge an Desktop-PCs, $x_2$: Produktionsmenge an Laptops

| Basis | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | Z | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_3$ | | | | | | | |
| $x_2$ | | | | | | | |
| $x_1$ | | | | | | | |
| ZF | | | | | | | |

(a) Tragen Sie in das oben gegebene Simplextableau die Werte (**mit korrektem Vorzeichen**), die Sie den folgenden Aussagen entnehmen können, **in die korrekten Felder** ein.

| **Aussage** |
|---|
| Es werden **24** Laptops produziert. |
| Steht eine Stunde weniger für die Qualitätsprüfung zur Verfügung, so reduziert dies die genutzte Montagezeit um **3** h. |
| Steht eine Stunde weniger für die Softwareinstallation zur Verfügung, dann werden **2** Desktop-PCs mehr hergestellt. |
| Ein Zwang zur Herstellung mindestens eines Desktop-PCs hat keinen Einfluss auf den Gesamtgewinn. |
| Steht eine Stunde weniger für die Qualitätsprüfung zur Verfügung, so reduziert dies den Gesamtgewinn um **80** €. |

(b) Für ein klassisches Transportproblem mit 3 Angebotsorten (A, B, C) und 4 Nachfrageorten (K, L, M, N) enthält die folgende Tabelle die zugehörigen Transportkostensätze sowie die Angebots- und Nachfragemengen:

| nach / von | K | L | M | N | Angebots-mengen |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 5 | 4 | 8 | 8 |
| B | 7 | 1 | 2 | 6 | 9 |
| C | 5 | 3 | 4 | 5 | 13 |
| Nachfragemengen | 6 | 8 | 5 | 11 | |

Bei Lösung nach der Nordwestecken-Regel lauten die Transportmengenvariablen:

$x_{AK}=6,\quad x_{AL}=2,\quad x_{BL}=6,\quad x_{BM}=3,\quad x_{CM}=2,\quad x_{CN}=11.$

Ermitteln Sie die für diese Lösung resultierenden Transportkosten!

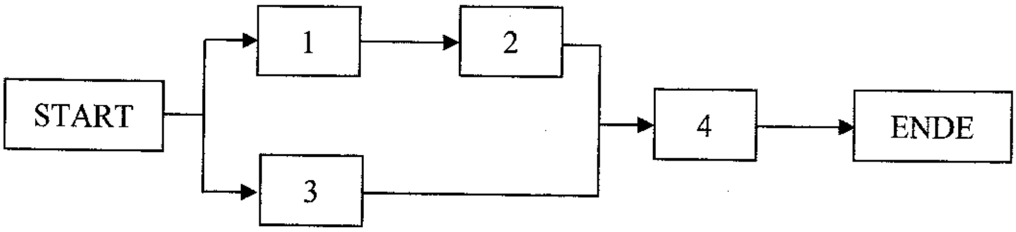
Transportkosten: $\boxed{\phantom{000}}$

(c) Prüfen Sie unter Verwendung eines ersten Iterationsschritts der MODI-Methode, ob die Lösung nach der Nordwestecken-Regel aus (b) optimal sein kann. Ermitteln Sie dazu zunächst die Werte der Dualvariablen $u_i$ und $v_j$ bei gegebener Basislösung nach Nordwestecken-Regel und prüfen Sie daraufhin die Opportunitätskosten der Nichtbasisvariablen. Tragen Sie anschließend die Opportunitätskosten der Nichtbasisvariablen sowie die ermittelten Werte der Dualvariablen in die unten stehende Tabelle ein.

| nach / von | K | L | M | N | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| A | | | | | |
| B | | | | | |
| C | | | | | |
| $v_j$ | | | | | |

## Aufgabe 4: Produktionsmanagement (17 Punkte)

(a) Gegeben ist der folgende MPM-Netzplan, der von einem Startvorgang ausgeht und mit einem Endvorgang abschließt.




Die 4 eigentlichen Projektvorgänge sind mit ihren Vorgangsdauern (in Wochen) in der folgenden Tabelle aufgeführt. Ergänzen Sie die Tabelle um die frühestmöglichen (FAZ, FEZ) und spätestzulässigen (SAZ, SEZ) Anfangs- und Endzeitpunkte aller Vorgänge. Ermitteln Sie die Gesamtpufferzeit (GP) und kreuzen Sie an, ob die einzelnen Vorgänge auf dem kritischen Weg liegen oder nicht.
Gehen Sie davon aus, dass gilt: $FEZ_{ENDE} = SEZ_{ENDE}$.

| Vorgang | Dauer | FAZ | FEZ | SAZ | SEZ | GP | kritisch | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | ja | nein |
| START | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ☐ | ☐ |
| 1 | 2 | | | | 3 | | ☐ | ☐ |
| 2 | 5 | 2 | | | | | ☐ | ☐ |
| 3 | 8 | | 8 | | | | ☐ | ☐ |
| 4 | 4 | | | | | | ☐ | ☐ |
| ENDE | 0 | | | 12 | | 0 | ☐ | ☐ |

Wann müsste man spätestens mit Vorgang 1 beginnen, wenn das Gesamtprojekt spätestens nach 15 Wochen abgeschlossen sein soll?

(b) Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

| | wahr | falsch |
|---|---|---|
| • Mit zunehmendem Lagerkostensatz steigt der Anreiz zur Verfolgung einer Synchronisationsstrategie bei Beschäftigungsglättung. | ☐ | ☐ |
| • Die verbrauchsorientierte Materialbedarfsplanung stützt sich auf die Verwendung von Baukastenstücklisten. | ☐ | ☐ |
| • Bei dynamischer Losgrößenplanung können zeitliche Schwankungen der Fixkosten nicht berücksichtigt werden. | ☐ | ☐ |

(c) Für ein Problem der dynamischen Losgrößenplanung über 4 Perioden liegen folgende Daten vor:

| Periode | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Bedarfsmenge in Stück | 5 | 3 | 0 | 12 |

Die **Fixkosten** der Losbildung betragen **10 €**, die **Lagerhaltungskosten** belaufen sich auf **1 € je Periode und Stück** und der **Lageranfangsbestand ist null.**

Geben Sie für den Fall bedarfssynchroner sowie einmaliger Losbildung die Losgrößen der einzelnen Perioden sowie die losfixen Kosten, die Lagerhaltungskosten und die Gesamtkosten an und tragen Sie die Ergebnisse in die folgenden Tabellen ein!

- **Bedarfssynchrone Losbildung**

| Periode | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Losgröße | | | | | Summe |
| losfixe Kosten | | | | | |
| Lagerhaltungskosten | | | | | |
| Gesamtkosten | | | | | |

- **Einmalige Losbildung**

| Periode | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Losgröße | | | | | Summe |
| losfixe Kosten | | | | | |
| Lagerhaltungskosten | | | | | |
| Gesamtkosten | | | | | |

(d) Ermitteln Sie für die Daten in Aufgabenteil (c) die durchschnittliche Nachfrage pro Periode und berechnen Sie mit diesem Nachfragewert das optimale **Bestellintervall** im statischen Fall!

Statisches Bestellintervall: | |
|---|

**Aufgabe 5: Logistikmanagement** **(14 Punkte)**

(a) Gehen Sie von folgendem Modell der Standortplanung mit 2 potentiellen Standorten (1 und 2) und 3 Kunden (1 bis 3) aus:

$$\text{Min } K = 3x_{11} + 2x_{12} + 1x_{13} + 2x_{21} + 1x_{22} + 4x_{23} + 20y_1 + 20y_2$$

u.d.N.

$$x_{11} + x_{21} = 20, \quad x_{11} \le 20y_1, \quad x_{21} \le 20y_2$$
$$x_{12} + x_{22} = 15, \quad x_{12} \le 15y_1, \quad x_{22} \le 15y_2$$
$$x_{13} + x_{23} = 10, \quad x_{13} \le 10y_1, \quad x_{23} \le 10y_2$$
$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \ge 0$$
$$y_1, y_2 \in \{0,1\}$$

Bestimmen Sie die optimale Lösung, indem Sie für alle zulässigen Standortkombinationen die optimalen Werte der Transportvariablen und die zugehörigen Gesamtkosten ermitteln. Tragen Sie die gesuchten Werte in die unten stehende Tabelle ein.

| $y_1$ | $y_2$ | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $x_{13}$ | $x_{21}$ | $x_{22}$ | $x_{23}$ | Kosten K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | | | | | | | |
| 0 | 1 | | | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | | | |

Die optimale Standortentscheidung lautet: $y_1^* =$ , $y_2^* =$

*Nebenrechnungen:*

Geben Sie die Nebenbedingung an, um die das oben stehende LOP erweitert werden muss, wenn vorgegeben ist, dass nur genau ein einziger Standort ausgewählt werden soll.

Nebenbedingung:

(b) Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

| | wahr | falsch |
|---|---|---|
| • Das Zeitungsjungenproblem lässt sich mithilfe der Dynamischen Optimierung lösen. | ☐ | ☐ |
| • Der kürzeste Weg in einem Verkehrsnetz lässt sich mithilfe der Warteschlangentheorie ermitteln. | ☐ | ☐ |
| • Der Sicherheitsbestand entspricht beim Zeitungsjungenproblem gerade der Einkaufsmenge. | ☐ | ☐ |
| • Die Matrixminimum-Methode kann zur Lösung des Rundreiseproblems genutzt werden. | ☐ | ☐ |

***Nebenrechnungen:***