Klausur: **11022**

Prüfung: **Produktion, Logistik und Operations Research** **SS 2011**

Prüfer: **Prof. Dr. Karl Inderfurth**

Prüfungsbogen

Vom Klausurteilnehmer auszufüllen!

Name, Vorname	:
Fakultät	:
Matrikelnummer	:

Hinweise:
Verwenden Sie für Ihre Berechnungen (sofern notwendig) die beigefügte Leerseite 2 und tragen Sie anschließend das gesuchte Ergebnis in der dafür vorgesehenen Stelle im Prüfungsbogen ein. **Es werden nur diese Eintragungen bewertet.** Der Prüfungsbogen ist nach dem Ende der Klausur mit Namen, Fakultät und Matrikelnummer beschriftet abzugeben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Dieser Klausurteil besteht aus 10 Seiten inklusive einer Leerseite für eventuell benötigte Nebenrechnungen.

Bemerkung zu den Multiple-Choice-Aufgaben:
Korrekt gesetzte Kreuze erhalten eine positive Punktzahl. Falsche Antworten werden negativ bewertet und innerhalb von Teilaufgaben mit Richtigen verrechnet. Eine Punktzahl von Null kann dabei innerhalb einer Teilaufgabe nicht unterschritten werden.

Zugelassene Hilfsmittel:
Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion.

Punkteverteilung:

Aufgabe 1:	14	Punkte
Aufgabe 2:	11	Punkte
Aufgabe 3:	11	Punkte
Aufgabe 4:	14	Punkte
Aufgabe 5:	10	Punkte
insgesamt:	**60**	**Punkte**

Note: ____________

Unterschrift: ____________

Nur für den Prüfer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	insgesamt
Punkte						

Nebenrechnungen:

Aufgabe 1: Produktionstheorie (14 Punkte)

Gegeben seien zwei Systeme (A) und (B) mit linearer Technologie.

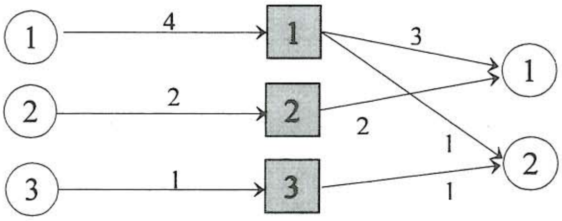
(a) Ergänzen Sie die jeweils fehlende Information für die Systeme (A) und (B), d.h. ermitteln Sie die Technologiematrix aus dem gegebenen IO-Graphen für System (A) und zeichnen Sie den IO-Graphen aus der gegebenen Technologiematrix für System (B).

Technologiematrix System (A)

Technologiematrix System (B)

$$Y_B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

IO-Graph System (A)



IO-Graph System (B)

(b) Welche der genannten Strukturtypen von Technologien treffen jeweils zu?

Eigenschaft	1. Verfahrenswahl bei Inputnutzung	2. Verfahrenswahl bei Outputherstellung	3. inputseitig determiniert	4. outputseitig determiniert
System (A)	☐	☐	☐	☐
System (B)	☐	☐	☐	☐

Eigenschaft	5. einstufig	6. mehrstufig	7. elementar	8. allgemein nicht elementar
System (A)	☐	☐	☐	☐
System (B)	☐	☐	☐	☐

(c) Geben Sie die algebraischen Modelle der durch die Grundaktivitäten beschriebenen Technologien an.

System (A)	System (B)

(d) Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	**wahr**	**falsch**
• Eine einstufige Technologie ist stets elementar.	☐	☐
• Eine mehrstufige Technologie ist stets nicht-elementar.	☐	☐

Aufgabe 2: Lineare Optimierung (11 Punkte)

Das LOP

Max	$Z = x_1 + 3x_2$	u.d.N.	$x_1 + x_2 \leq 100$	(1)
			$x_1 + 2x_2 \leq 110$	(2)
			$x_1 + 4x_2 \leq 160$	(3)
			$x_1, x_2 \geq 0$	

modelliert das folgende Entscheidungsproblem: Bauer Josef besitzt 100 Hektar (ha) Ackerland und möchte darauf sowohl Mais als auch Kartoffeln anbauen. Dafür kann er maximal 110 T€ (Tausend €) investieren und für den Anbau maximal 160 Arbeitstage aufwenden. Weitere Daten des Problems enthält die folgende Tabelle:

	Mais	**Kartoffeln**
Anbaukosten (in T€ pro ha)	1	2
Arbeitstage (pro ha)	1	4
Gewinn (in T€ pro ha)	1	3

Bauer Josef möchte wissen, auf wie viel Hektar er Mais und Kartoffeln anbauen soll, damit sein Gesamtgewinn maximiert wird. Die Entscheidungsvariablen haben folgende Bedeutung:

x_1: Größe der Fläche, auf der Mais angebaut werden soll (in ha)
x_2: Größe der Fläche, auf der Kartoffeln angebaut werden sollen (in ha)

Die Lösung des LOPs mit dem Simplex-Verfahren führt auf folgendes Endtableau:

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Z	RHS
x_3	0	0	1	-3/2	1/2	0	[2] **15**
x_1	1	0	0	2	-1	0	[3] **60**
x_2	0	1	0	[1] **-1/2**	1/2	0	25
ZF	0	0	0	1/2	[4] **1/2**	1	[5] **135**

(a) Kreuzen sie an, ob die Aussagen zur Bedeutung der markierten Zahlen wahr oder falsch sind?

Zahl	**Bedeutung**	**wahr**	**falsch**
[1] **-1/2**	Werden 1 T€ weniger investiert, dann wird die Anbaufläche für Kartoffeln um 0,5 Hektar größer.	☐	☐
[2] **15**	Auf 15 Hektar der gesamten Ackerfläche werden weder Mais noch Kartoffeln angebaut.	☐	☐
[3] **60**	Bauer Josef sollte auf 60 Hektar seiner Ackerfläche Kartoffeln anbauen.	☐	☐
[4] **1/2**	Steht ein Tag weniger für den Anbau zur Verfügung, so führt dies zu einer Gewinnreduzierung um 500 €.	☐	☐
[5] **135**	Bauer Josef muss insgesamt 135 Tage für den Anbau mit Mais und Kartoffeln einplanen um den Gesamtgewinn zu maximieren.	☐	☐

☐

(b) Für ein klassisches Transportproblem mit 3 Angebotsorten (A, B, C) und 3 Nachfrageorten (K, L, M) enthält die folgende Tabelle die zugehörigen Transportkostensätze sowie die Angebots- und Nachfragemengen:

nach / von	K	L	M	Angebotsmengen
A	2	1	3	8
B	5	4	6	7
C	8	7	9	5
Nachfragemengen	2	12	6	

Ermitteln Sie für dieses Problem mithilfe der Nordwestecken-Regel eine zulässige Lösung. Verwenden Sie für die Angaben der Transportmengen das unten stehende Transporttableau und ermitteln Sie die mit Ihrer Lösung resultierenden Transportkosten.

nach / von	K	L	M	Angebotsmengen
A				8
B				7
C				5
Nachfragemengen	2	12	6	

Transportkosten:

(c) Lösen Sie das Problem aus (b) mithilfe der Matrixminimum-Methode und geben Sie dabei die Transportkosten der Lösung an. Verwenden Sie für die Angaben der Transportmengen das unten stehende Transporttableau und ermitteln Sie die Transportkosten für Ihre Lösung.

nach / von	K	L	M	Angebotsmengen
A				8
B				7
C				5
Nachfragemengen	2	12	6	

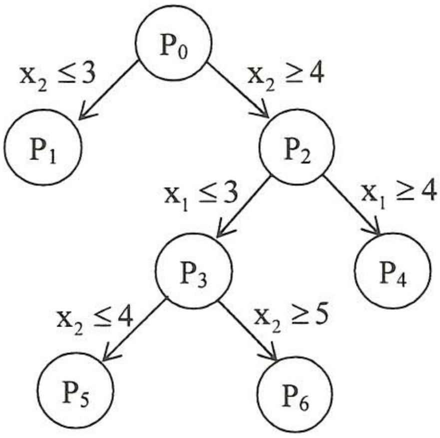
Transportkosten:

Aufgabe 3: Ganzzahlige Optimierung (11 Punkte)

Das folgende ganzzahlige Maximierungsproblem mit zwei Variablen und zwei Nebenbedingungen soll mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens gelöst werden:

$$\text{Max} \quad Z = 2x_1 + 5{,}5x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad \begin{aligned} 2{,}5x_1 + x_2 &\leq 13{,}5 && (1)\\ x_1 + 3{,}4x_2 &\leq 17 && (2)\\ x_1, x_2 &\geq 0 \text{ und ganzzahlig} \end{aligned}$$

Nachdem alle Teilprobleme mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens ausgelotet sind, ergibt sich der links stehende Lösungsbaum. Dabei wurden die Knoten entsprechend ihrer Nummerierung abgearbeitet. Die dazugehörige Tabelle gibt die Lösungen aller relaxierten Teilprobleme an. Ergänzen Sie zunächst die ***fünf fehlenden*** Werte (schattierte Felder) in dieser Tabelle:



Teilproblem	x_1	x_2	Z
P_0'	3,853	3,867	28,975
P_1'	4,2		24,9
P_2'	3,4	4	
P_3'	3	4,118	28,649
P_4'	LOP – Lösung existiert nicht		
P_5'	3		
P_6'		5	27,5

(a) Wie lautet die optimale Lösung des ganzzahligen Problems?

$x_1^*=$	$x_2^*=$	$Z^*=$

(b) Welche Restriktionen sind im Optimum vollständig ausgeschöpft?

(c) Ordnen sie die ausgeloteten Teilprobleme den aus der Vorlesung bekannten Fällen zu.

Fall	Teilprobleme
(a) Die optimale Lösung des relaxierten Teilproblems ist nicht besser als die beste bekannte zulässige (=ganzzahlige) Lösung.	
(b) Die optimale Lösung des relaxierten Teilproblems ist besser als die beste bekannte zulässige Lösung und ist zugleich selbst zulässig.	
(c) Das relaxierte Teilproblem besitzt keine zulässige Lösung.	

Aufgabe 4: Produktionsmanagement (14 Punkte)

(a) Bearbeiten Sie das folgende Modell zur Beschäftigungsglättung bei Fahrradherstellung, das in der Struktur mit demjenigen aus den Vorlesungsunterlagen übereinstimmt. Es handelt sich hierbei um 2 Fahrradtypen (A und B), 2 Ressourcentypen (Personal P und Maschinen M) sowie um 4 Planungsperioden ($t = 1,\ldots,4$):

Variablen: $x_{At},\ x_{Bt},\ y_{At},\ y_{Bt},\ z_{Pt},\ z_{Mt}$ $(t = 1,\ldots,4)$

Zielfunktion:

$$\begin{aligned} Min\ K = {} & 4\cdot y_{A1} + 4\cdot y_{A2} + 4\cdot y_{A3} + 4\cdot y_{A4} \\ & + 3\cdot y_{B1} + 3\cdot y_{B2} + 3\cdot y_{B3} + 3\cdot y_{B4} \\ & + 12\cdot z_{P1} + 12\cdot z_{P2} + 12\cdot z_{P3} + 12\cdot z_{P4} \\ & + 20\cdot z_{M1} + 20\cdot z_{M2} + 20\cdot z_{M3} + 20\cdot z_{M4} \end{aligned}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{lllll} y_{A1} = x_{A1} - 60 & & & & y_{B1} = 20 + x_{B1} - 90 \\ y_{A2} = y_{A1} + x_{A2} - 90 & & & & y_{B2} = y_{B1} + x_{B2} - 100 \\ y_{A3} = y_{A2} + x_{A3} - 110 & & & & y_{B3} = y_{B2} + x_{B3} - 150 \\ y_{A4} = y_{A3} + x_{A4} - 80 & & & & y_{B4} = y_{B3} + x_{B4} - 100 \end{array}$$

$$2\cdot x_{At} + 1\cdot x_{Bt} \le 300 + z_{Pt} \quad \text{für } t = 1,\ldots,4$$
$$2\cdot x_{At} + 3\cdot x_{Bt} \le 500 + z_{Mt} \quad \text{für } t = 1,\ldots,4$$

$$z_{Pt} \le 100 \quad \text{und} \quad z_{Mt} \le 200 \qquad \text{für } t = 1,\ldots,4$$

$$x_{At},\ x_{Bt},\ y_{At},\ y_{Bt},\ z_{Pt},\ z_{Mt} \ \ge\ 0 \qquad \text{für } t = 1,\ldots,4$$

Tragen Sie in die folgenden Tabellen die Daten aus dem oben formulierten Planungsproblem ein!

	Prognostizierte Nachfrage in $t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	Anfangslager-bestand	Lagerkosten-satz
A						
B						

	Produktionskoeffizient für A	B	Grund-kapazität	Maximale Zusatzkapazität	Kostensatz für Zusatzkapazität
P					
M					

(b) Für das Beschäftigungsglättungsproblem aus (a) sind nun die folgenden Daten gegeben:

	Prognostizierte Nachfrage in $t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	Anfangslager-bestand	Lagerkosten-satz
A	10	11	15	10	3	2
B	20	19	21	20	2	1

	Produktionskoeffizient für A	B	Grund-kapazität	Maximale Zusatzkapazität	Kostensatz für Zusatzkapazität
P	1	1	30	10	4
M	2	1	40	20	10

Ermitteln sie für die gegebenen Daten den Produktionsplan bei vollständiger Synchronisation und tragen Sie die entsprechenden Ergebnisse in die unten stehenden Tabellen ein!

Periode	Produktion A	End-Lager A	Produktion B	End-Lager B
0	X		X	
1				
2				
3				
4				

Periode	Kapazitätsnutzung Personal-kapazität	P - Zusatz-kapazität	Maschinen-kapazität	M - Zusatz-kapazität
1				
2				
3				
4				

Kosten der Lagerhaltung:	
Kosten der Zusatzkapazitäten:	
Gesamtkosten:	

Aufgabe 5: Logistikmanagement (10 Punkte)

(a) Für ein Routenplanungsproblem mit einem Depot (0) und 4 Kunden (1,2,3,4) gelten folgende Entfernungsdaten:

von \ nach	0	1	2	3	4
0	0	4	4	3	6
1	4	0	8	3	6
2	4	8	0	7	9
3	3	3	7	0	9
4	6	6	9	9	0

Geben Sie an, welche Route sich bei Anwendung des Verfahrens des nächsten Nachbarn (mit Start im Depot) ergibt und bestimmen Sie die zugehörige Gesamtstrecke!

Route:

Gesamtstrecke:

(b) Zur Minimierung der Gesamtstreckenlänge kann ein Routenplanungsmodell vom Typ eines LOP mit Binärvariablen y_{ij} (i =0, 1,...,4 und j = 0,1,...4) als Reihenfolgevariablen aufgestellt werden. Eine Lösung des Planungsproblems sei durch folgende Variablenwerte charakterisiert:

$y_{01} = 1,\ y_{13} = 1,\ y_{24} = 1,\ y_{30} = 1,\ y_{42} = 1,\ y_{ij} = 0$ für alle anderen Kombinationen von i und j

- Wie lautet die Gesamtstreckenlänge für diese Lösung?

Gesamtstrecke:

- Beinhaltet diese Lösung eine zulässige Rundreise?

ja ☐ nein ☐

(c) Das LOP-Modell zur Lösung des Routenplanungsproblems enthält Vorgänger- und Nachfolgerbedingungen. Geben Sie nur für das Depot (Index 0) mithilfe der y_{ij} – Variablen diese Bedingungen an!

- Vorgängerbedingung:

- Nachfolgerbedingung:

(d)

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:	**wahr**	**falsch**
• Das sogenannte Zeitungsjungenproblem lässt sich mithilfe der Dynamischen Optimierung lösen.	☐	☐
• Für die Strategie der Just-in-Time-Versorgung spricht insbesondere der Aspekt der Fixkostendegression.	☐	☐
• Jedes Tourenplanungsproblem ist zugleich mit mindestens einem Rundreiseproblem verbunden.	☐	☐