Klausur: **11022**

Prüfung: **Produktion, Logistik und Operations Research** **SS 2013**

Prüfer: **Jun.-Prof. Dr. Guido Voigt**

Prüfungsbogen

Vom Klausurteilnehmer auszufüllen!

Name, Vorname	:
Fakultät	:
Matrikelnummer	:

Hinweise:
Verwenden Sie für Ihre Berechnungen (sofern notwendig) die beigefügte Leerseite (S. 9) und tragen Sie anschließend das gesuchte Ergebnis in der dafür vorgesehenen Stelle im Prüfungsbogen ein. **Es werden nur diese Eintragungen bewertet.** Benutzen Sie für Ihre Eintragungen keinen Bleistift! Der Prüfungsbogen ist nach dem Ende der Klausur mit Namen, Fakultät und Matrikelnummer beschriftet abzugeben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten. Dieser Klausurteil besteht aus 9 Seiten inklusive einer Leerseite für eventuell benötigte Nebenrechnungen.

Zugelassene Hilfsmittel:
Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion.

Punkteverteilung:

Aufgabe 1:	18	Punkte
Aufgabe 2:	15	Punkte
Aufgabe 3:	10	Punkte
Aufgabe 4:	8	Punkte
Aufgabe 5:	9	Punkte
insgesamt:	**60**	**Punkte**

Note: ____________

Unterschrift: ____________

Nur für den Prüfer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	insgesamt
Punkte						

Aufgabe 1: Lineare Optimierung (18 Punkte)

Das LOP

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Max} & Z = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 & & \\
\text{u.d.N.} & 3x_1 + 5x_3 & \leq 4000 & (1) \\
 & 5x_2 + 10x_4 & \leq 3000 & (2) \\
 & x_1 + x_2 & \leq 1500 & (3) \\
 & x_3 + x_4 & \leq 500 & (4) \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0 &
\end{array}
$$

modelliert das folgende Entscheidungsproblem: Beim diesjährigen Dozentenzapfen werden Einnahmen durch den Verkauf von Getränken und Bratwürsten erzielt. Mit dem Verkauf eines Getränks wird ein Gewinn von 2€ erzielt, und mit dem Verkauf einer Bratwurst 1€.

Der Getränkeausschank und der Bratwurstverkauf können entweder von den Dozenten oder vom Fachschaftsrat übernommen werden. Da die Studenten mehr Erfahrung beim Grillen und Getränkeausschank haben, sind sie bei der Ausübung der Tätigkeit schneller als die Dozenten. Die Studenten brauchen für den Ausschank eines Getränks 3 Minuten, und für das Grillen einer Bratwurst 5 Minuten. Die Dozenten brauchen für den Ausschank eines Getränks 5 Minuten und für das Grillen einer Bratwurst 10 Minuten. Insgesamt konnte der Fachschaftsrat 4000 Minuten Arbeitszeit von Studenten und 3000 Minuten Arbeitszeit von Dozenten mobilisieren. Außerdem können an einem Abend maximal 1500 Getränke und 500 Bratwürste verkauft werden, da im Kühlschrank nicht mehr gelagert werden kann.

Der Fachschaftsrat möchte den Gewinn für wohltätige Zwecke maximieren.

- x_1 Anzahl der von Studenten verkauften Getränke
- x_2 Anzahl der von Dozenten verkauften Getränke
- x_3 Anzahl der von Studenten verkaufen Bratwürste
- x_4 Anzahl der von Dozenten verkauften Bratwürste

Die Lösung des LOPs mit dem Simplex-Verfahren führt auf folgendes Endtableau:

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	**RHS**
x_1	1	0	0	-2	0	-0,2	1	0	900
x_3	0	0	1	1,2	0,2	0,12	-0,6	0	260
x_2	0	1	0	2	0	0,2	0	0	600
x_8	0	0	0	-0,2	-0,2	-0,12	0,6	1	240
ZF	0	0	0	0,2	0,2	0,12	1,4	0	3260

(a) Ergänzen Sie die nachfolgenden Aussagen dahingehend, dass diese zu einer wahren Aussage führen.

Die Anzahl der von Studenten verkauften Getränke beträgt ____________.

Die Anzahl der von Dozenten verkauften Getränke beträgt ____________.

Der Fachschaftsrat erzielt einen Gesamtgewinn in Höhe von ________________.

Der Gesamtgewinn verringert sich um ________________, wenn mindestens eine Bratwurst von einem Dozenten verkauft werden soll.

Die Gesamtzahl verkaufter Bratwürste (von Studenten und Dozenten) ist ___________.

Der Gesamtgewinn verringert sich um __________, wenn die maximale Absatzmenge von Bratwürsten auf 499 reduziert wird.

Wenn 1 Minute weniger Arbeitszeit von Studenten zur Verfügung steht, verringert sich der Gesamtgewinn um __________.

Wenn 1 Minute weniger Arbeitszeit von Dozenten zur Verfügung steht, verringert sich der Gesamtgewinn um __________.

Wenn sich die maximale Absatzmenge für Getränke auf 1499 verringert, so steigt die von Studenten verkaufte Anzahl von Bratwürsten auf ______________.

Wenn die Dozenten eine Bratwurst verkaufen, dann steigt die Anzahl der von Studenten verkauften Getränke auf _____________.

(b) ***Sensitivitätsanalyse***

In welchem Bereich dürfen die Gewinne pro Getränk bzw. pro Bratwurst schwanken, ohne dass sich die Basis des optimalen LOP-Tableaus ändert? Beachten Sie, dass der Gewinn für Getränke und Bratwürste für jeweils 2 Strukturvariablen relevant ist.

Maximaler Gewinn von Getränken: ________________

Minimaler Gewinn von Getränken: ________________

Maximaler Gewinn von Bratwürste: ________________

Minimaler Gewinn von Bratwürste: ________________

Nebenrechnung:

Zulässige Erhöhung des Gewinns der von Studenten verkauften Getränke ________________

Zulässige Verringerung des Gewinns der von Studenten verkauften Getränke ________________

Zulässige Erhöhung des Gewinns der von Dozenten verkauften Getränke ________________

Zulässige Verringerung des Gewinns der von Dozenten verkauften Getränke ________________

Zulässige Erhöhung des Gewinns der von Studenten verkauften Bratwürste ________________

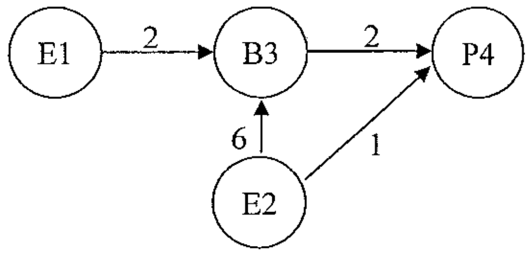
Zulässige Verringerung des Gewinns der von Studenten verkauften Bratwürste ________________

Zulässige Erhöhung des Gewinns der von Dozenten verkauften Bratwürste ________________

Zulässige Verringerung des Gewinns der von Dozenten verkauften Bratwürste ________________

Aufgabe 2: Produktionsmanagement (15 Punkte)

Gehen Sie von dem folgenden Gozintographen aus:



(a) Geben Sie zu dem dargestellten Produktionssystem die Direkt- und Gesamtbedarfsmatrix an.

A= **G =**

(b) Kreuzen Sie die jeweils zutreffende Dispositionsstufe an?

P4: ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

B3: ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

E2: ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

E1: ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

(c) Führen Sie eine Materialbedarfsplanung nach dem Dispositionsstufenverfahren über 3 Perioden (t=1,…,3) durch, wenn für das Endprodukt P4 sowie für das Bauteil B3 die folgenden Primärbedarfe anzusetzen sind. Die Anfangsbestände und Durchlaufzeiten sind ebenfalls der Tabelle zu entnehmen.

	Primärbedarf			Anfangsbestand	Durchlaufzeit
	t=1	t=2	t=3		
P4	10	20	10	20	1
B3	5	10	5	40	1
E2				120	1
E1				60	1

Dispositionsstufe 0:

Bezeichnung:	t=1	t=2	t=3
Primärbedarf			
Bruttobedarf			
Lagerbestand			
Nettobedarf			
Terminierter Auftrag			

Platz für Nebenrechnungen:

Dispositionsstufe 1:

Bezeichnung:	t=1	t=2	t=3
Primärbedarf			
Sekundärbedarf (P4)			
Bruttobedarf			
Lagerbestand			
Nettobedarf			
Terminierter Auftrag			

Dispositionsstufe 2:

Bezeichnung :	t=1	t=2	t=3
Sekundärbedarf (B3)			
Sekundärbedarf (P4)			
Bruttobedarf			
Lagerbestand			
Nettobedarf			
Terminierter Auftrag			

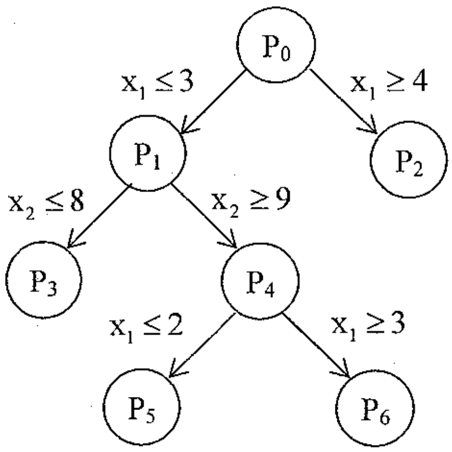
Bezeichnung :	t=1	t=2	t=3
Sekundärbedarf (B3)			
Sekundärbedarf (P4)			
Bruttobedarf			
Lagerbestand			
Nettobedarf			
Terminierter Auftrag			

Aufgabe 3: Ganzzahlige Optimierung (10 Punkte)

Das folgende ganzzahlige Maximierungsproblem mit zwei Variablen und zwei Nebenbedingungen soll mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens gelöst werden:

$$\text{Max } Z = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \qquad \text{u.d.N.} \qquad \begin{aligned} 3 \cdot x_1 + \quad x_2 &\leq 18 && (1)\\ 2 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 &\leq 50 && (2)\\ x_1 &\leq \ 5 && (3)\\ x_1,\, x_2 &\geq \ 0 && \text{und ganzzahlig} \end{aligned}$$

Nachdem alle Teilprobleme mithilfe des Branch&Bound-Verfahrens ausgelotet sind, ergibt sich der links stehende Lösungsbaum. Dabei wurden die Knoten entsprechend ihrer Nummerierung abgearbeitet. Die dazugehörige Tabelle gibt die Lösungen aller relaxierten Teilprobleme an. Ergänzen Sie zunächst die ***fünf fehlenden*** Werte in dieser Tabelle:



Teilprobleme	**x_1**	**x_2**	**Z**
P_0	3,08	8,78	26,80
P_1	3	8,8	
P_2	4		24
P_3		8	25
P_4	2,5	9	
P_5	2		24,4
P_6	LOP – Lösung existiert nicht		

(a) Wie lautet die optimale Lösung des ganzzahligen Problems?

x_1*=	**x_2*=**	**Z*=**

(b) Welche Restriktionen (Nebenbedingungen (1) bis (3)) sind im Optimum vollständig ausgeschöpft?

(c) Ordnen Sie, soweit unten vorgesehen, die ausgeloteten Teilprobleme den aus der Vorlesung bekannten Fällen zu.

Fall	**Teilprobleme**
a. Die optimale Lösung des relaxierten Teilproblems ist nicht besser als die beste bekannte zulässige (=ganzzahlige) Lösung.	
b. Die optimale Lösung des relaxierten Teilproblems ist besser als die beste bekannte zulässige Lösung und ist zugleich selbst zulässig.	

Aufgabe 4: Logistikmanagement I (8 Punkte)

Ein Unternehmen hat 3 Produktionsstätten A1, A2 und A3, aus denen 3 weltweit verteilte Distributionszentren B1, B2 und B3 beliefert werden. In den Produktionsstätten stehen die Produktmengen a_1, a_2 und a_3 zur Verfügung, während in den Distributionszentren die Mengen b_1, b_2 und b_3 benötigt werden. Für den Transport einer Produkteinheit von Produktionsstandort Ai zu Distributionsstandort Bj (i,j=1,2,3) treten Kosten in Höhe von c_{ij} auf. Die Kostensätze sind der folgenden Tabelle zu entnehmen, in der auch die Produktmengen a_i und Bedarfsmengen b_j eingetragen sind:

c_{ij}	B1	B2	B3	a_i
A1	9	8	7	30
A2	6	5	4	20
A3	3	2	1	10
b_j	15	20	25	

Das Unternehmen sucht den Transportplan, der die gesamten Transportkosten zur Belieferung aller Distributionszentren minimiert.

(a) Dieses Problem lässt sich als klassisches Transportproblem modellieren. Bezeichnen Sie die Transportmengenvariablen für die Lieferung von Ai nach Bj mit x_{ij} und geben Sie unter Verwendung der obigen Zahlenangaben die Zielfunktion für dieses Modell an!

ZF:

(b) Welche 6 Nebenbedingungen müssten in das Modell aufgenommen werden (ohne Nicht-Negativitätsbedingung)? Verwenden Sie für die Beantwortung der Frage die Daten aus der oben stehenden Tabelle sowie die aus (a) bekannte Notation für die Transportmengenvariablen.

NB 1:

NB 2:

NB 3:

NB 4:

NB 5:

NB 6:

Aufgabe 5: Logistikmanagement II (9 Punkte)

Die Einkaufsabteilung eines Handelsunternehmens bezieht bei einem Lieferanten zwei Artikel X und Y. Für jede Warenlieferung verlangt der Lieferant eine fixe Lieferpauschale von 200 €. Aufgrund des konstanten Bedarfsverlaufs für beide Artikel können die jeweiligen Bestellmengen unter Nutzung der klassischen Losgrößenformel ermittelt werden. Die wöchentlichen Bedarfe und Lagerkostensätze können der folgenden Tabelle entnommen werden.

Artikel	X	Y
Bedarf [Stück/Woche]	40	20
Lagerkostensatz [€/Stück*Woche]	0,1	0,2

(a) Ermitteln Sie die optimalen Beschaffungslose und Bestellintervalle für den Fall einer Einzelbestellung beider Artikel und gehen Sie dabei so vor, dass Sie die Bestellintervalle ggf. auf ganze Wochen runden. Tragen Sie die Ergebnisse in die folgende Tabelle ein.

Einzelbestellung:

Artikel	X	Y
Losgrößen [Stück]		
Bestellintervall [Wochen]		

(b) Im Rahmen der produktübergreifenden Losgrößenplanung können die Produkte X und Y gemeinsam beschafft werden, wodurch sich die fixen Kosten auf 144 € reduzieren. Ermitteln Sie das optimale Bestellintervall bei Sammelbestellung sowie die daraus resultierenden Losgrößen und Gesamtkosten. Tragen Sie die Ergebnisse wieder in die nachfolgende Tabelle ein.

Sammelbestellung:

Artikel	X	Y
Bestellintervall [Wochen]		
Losgrößen [Stück]		
Gesamtkosten [€/Woche]		

Platz für Nebenrechnungen:

Nebenrechnungen: